Rundbrief 181

3/2011

mit Einladung zur MUED-Tagung

Handlungs- und Anwendungsorientierung in emanzipatorischer Absicht

Inhaltsverzeichnis

Impressum
Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 800 Exemplaren.

MUED e.V., Bahnhofstr.72, 48301 Appelhülsen
Tel. 02509 / 606, Fax 02509 / 996516
e-mail: mued.ev@mued.de, **http://www.mued.de**

Redaktion dieses Rundbriefs: Volker Eisen.
Redaktion des nächsten Rundbriefs: Sabine Segelken

VORWORT

Dieser Rundbrief ist eine Bleiwüste! Wie kommt das?

Die kommende Jahrestagung trägt den Titel **"Mathe fürs Leben! Handlungs- und Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht"** (siehe Einladung am Ende des Rundbriefs). Traditionell stimmt der Rundbrief 3 auf das Tagungsthema ein. Dazu hat der Planungsrat eine Reihe MUED-naher Protagonisten der mathematischen Fachdidaktik um Diskussionsbeiträge zur Deutung der Begriffe "Handlungsorientierung" und "Anwendungsorientierung" gebeten. Hiermit liegt nun die Sammlung dieser Beiträge vor:

- Willi van Lück begründet die "Not-Wendigkeit" realer Probleme im Mathematikunterricht und insbesondere der dynamischen Modellierung solcher Problemstellungen. Sachkontexte werden um ihrer selbst Willen im Unterricht thematisiert (gesellschaftliche Praxis).
- "Ist Handlungsorientierung eine zeitgemäße Maxime für den Mathematikunterricht?" fragt Andreas Pallack und kommt zu dem Fazit, dass Handlungsorientierung ohne konkrete Handlungsperspektive nicht gelingen kann – welchen Sinn hat dann eine Aufgabensammlung wie die UE-Datenbank der MUED?
- Es folgen zwei stärker fachdidaktisch geprägte Perspektiven: Gilbert Greefrath stellt die Merkmale "Authentizität" und "Relevanz" als Anforderungen für geeignete Aufgaben heraus. – Wie sieht es damit in den UEs aus?
- Die (in diesem Sinne begrenzten) Möglichkeiten von Modellierung im Mathematikunterricht typisiert Hans-Wolfgang Henn. Dabei wird nochmals eindringlich deutlich, dass mit einem wirklich modellierenden Unterricht tiefgreifende Veränderungen der Unterrichtskultur einhergehen.
- In seinem auto-berufs-biographisch gefärbten Beitrag geht schließlich Michael Wildt der Frage nach der Funktion des Sachkontextes im mathematischen Lernprozess nach. Zweck des Sachkontextes ist hier zu aller erst die Unterstützung des mathematischen Kompetenzaufbaus.

Damit haben wir eine Menge "Stoff" als Hintergrund für eine selbstkritische – und natürlich dort viel stärker praktisch orientierte – Auseinandersetzung auf der Jahrestagung.

Die MUED selbst formuliert ihren programmatischen Anspruch nach "Handlungs- und Anwendungsorientierung in emanzipatorischer Absicht" an zwei Stellen. In der Material-Datenbank heißt es:

"Handlungsorientierter Mathematikunterricht in emanzipatorischer Absicht. Mit den hier zusammengefassten Unterrichtsmaterialien für die Klassen 5-13 kommt es uns darauf an, die Chancen für einen handlungsorientierten Mathematikunterricht in emanzipatorischer Absicht zu verbessern. In den Unterrichtsmaterialien soll es gehen um:

– Handlungssituationen, die für Schüler/innen nicht nur relevant sind, sondern deren Relevanz ihnen auch einsichtig und erfahrbar zu machen ist.
– Orientierungen für solche Handlungssituationen.

Das ist der Kern der Handlungsorientierung!
…
Die Materialien, das ist die eine Seite; ihre Bearbeitung/Umsetzung in/mit der Klasse, das ist die andere:

– Platz für Eigeninitiative lassen, Selbstorganisation fördern, gemeinsames Entwickeln von (warum nicht auch mal falschen) Ideen, verschiedene Wege und Irrwege gehen/lassen.
– In der Auseinandersetzung mit dem Thema, zwischen Lehrer/innen und Schüler/innen (auch als Prototyp allgemein gesellschaftlicher Konfliktfähigkeit) auf gemeinsame Beratungen, gegenseitige Hilfe, rationale Konfliktbearbeitung setzen.

Das ist der Kern der emanzipatorischen Absicht."

Am Ende jeder Broschüre und auf der Homepage ist das Programm der MUED außerdem ausführlicher dargestellt unter der Überschrift "INITIATIVE ZUR VERBESSERUNG DES MATHEMATIKUNTERRICHTS". Dieser Text soll schon seit geraumer Zeit aktualisiert werden – jetzt ist eine gute Gelegenheit dazu. Eine überarbeitet Fassung als Diskussionsgrundlage zur Beschlussfassung in der Mitgliederversammlung findet Ihr auf Seite 29.

Und nun viel Spaß beim Durcharbeiten wünscht
Volker Eisen

Anwendungs- und handlungsorientierter Mathematikunterricht in emanzipatorischer Absicht – eine Begründung

Willi van Lück

Mit einem anwendungsbezogenen Mathematikunterricht hat die MUED bereits 1977 einen Weg beschritten, der gesellschaftsorientiert mindestens aber zukunftsorientiert war. Der später didaktisch und methodisch begründete Standpunkt eines "anwendungs- und handlungsorientierten Mathematikunterrichts in emanzipatorischer Absicht" ist heute ohne jedwede Alternative[1]. Das soll, in der gebotenen Kürze, bildungstheoretisch, didaktisch, methodisch und lerntheoretisch begründet werden.

Die Lebens- und Arbeitswelt wird ständig globaler, komplexer, vernetzter und dynamischer. Aber im Fernsehen wie in den Tages- und Wochenzeitungen werden z. B. gesellschaftliche, ökonomische und ökologische Entwicklungen in der Regel lediglich mit "je ... desto" beschrieben. Und ganz viele Menschen interpretieren diese Zusammenhänge als lineare. Ein Denkfehler, der beim politischen Handeln gewaltige Folgen für die Menschheit haben kann.

Der WGBU (Wissenschaftliche Beirat der Bundesregierung Globale Umweltveränderungen) belegt heute durch seine Forschungen, "dass die zukünftige Entwicklung der Menschheit nur innerhalb eines begrenzten Entwicklungskorridors erfolgen kann ... und dass die Entwicklung der menschlichen Gesellschaft und die Veränderungen der Umwelt eng miteinander verflochten und nicht mehr als getrennte Prozesse zu verstehen sind ."… "Um die Wechselwirkungen und Dynamiken im System Erde seit Beginn der Neuzeit zu verstehen, müssen Gesellschafts- und Naturwissenschaften interdisziplinär zusammenarbeiten". Jedoch vor einer Therapie steht die Diagnose der Syndrome, der Krankheitsbilder der Erde. Es sind typische Ursache-Wirkungs-Muster des Globalen Wandels mit Auswirkungen auf Umwelt und gesellschaftliche Entwicklung[2].

Für Wolfgang Klafki, für das Forum für Verantwortung oder für die MUED sind Schlüsselprobleme die wesentlichen Inhalte der Allgemeinbildung. Sie leiten sich aus den epochal typischen Aufgaben der Menschheit ab, die vorerst nicht so bald gelöst werden können und deshalb auf absehbare Zeit Probleme darstellen, auf die der Bildungsprozess in allen Fächern – als auch in Mathematik – vorzubereiten hat. Als Schlüsselprobleme werden u. a. genannt: Frieden/Gewalt/Kriege, Arbeit, Wachstumsideologien/Glücksfähigkeit, Umwelt, Technikfolgen, Verkehr, Demokratisierung, gerechte Verteilungen in der Einen Welt, Rollenfixierungen und Menschenrechte.

Die KMK hat 2004 verbindliche Bildungsstandards für den Mathematikunterricht formuliert. Unter anderem: "Mathematische Grundbildung umfasst die Fähigkeit, die Rolle zu erkennen, die Mathematik in der Welt spielt, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete Urteile abzugeben."

[1] Das umfangreiche Angebot für Lehrkräfte ist auf der MUED-Seite im Internet einsehbar.
[2] Im Dezember 2009 bietet der WBGU insgesamt 18 Hauptgutachten z.B. zu folgenden Syndromen an: Sicherheitsrisiko, Klimawandel, Armutsbekämpfung durch Umweltpolitik, Energiewende zur Nachhaltigkeit, Erhaltung und nachhaltige Nutzung der Biosphäre.

Anwendungs- und handlungsorientierter Mathematikunterricht

mit e m a n z i p a t o r i s c h e r Absicht

Aber der heutige Mathematikunterricht ist in der Regel noch an eine Vorstellung gefesselt, die fast ausschließlich den durchaus wichtigen, kulturellen Wert der "reinen Mathematik" betont. Der Unterricht orientiert sich immer noch an der mathematischen Fachsystematik. Und daran ändern auch die in Schulbüchern hin und wieder eingestreuten Anwendungsaufgaben fast nichts. Denn sie spiegeln in der Regel nur eine konstruierte Realität wider, die mit der wirklichen wenig zu tun hat.

Die bisherigen Skizzen sollen bildungstheoretisch begründen, dass der Mathematikunterricht immer wieder an wirklichen realen Problemen[3] orientiert sein muss. Er muss anwendungs- und handlungsorientiert sein. Nur so werden mathematische Inhalte (Zahlen, Gleichungen, Funktionen, Algorithmen, Formen, …) und Verfahren (schätzen, beweisen, konstruieren, modellieren, …) gelernt, die mathematisches Wissen für verantwortungsvolles Handeln verfügbar machen. Denn transferierbares mathematisches Wissen ist an den Sinn des Verwendungskontextes gebunden und immer gepaart mit einem tragfähigen außermathematischen Orientierungswissen. Ein lediglich an der inneren Systematik der Mathematik orientiertes Wissen ist nicht auf andere Sachverhalte transferierbar. Wir wissen heute, dass der Transfer gelernt und geübt werden muss.

---

[3] In der Lernumgebung „Modellieren mit Mathe“ (www.blikk.it/blikk/angebote/modellmathe) sind 33 reale Probleme (eine Übersicht befindet sich auf Seite ../modellmathe/ma0050a.htm) aus zehn Wirklichkeitsbereichen jeweils mit Sachinformationen, mathematischen Anforderungen, mathematischen Hilfen und Unterrichtsskizzen mit Lösungen aufbereitet. Das Erkenntnisinteresse richtet sich immer auf interdisziplinäre Sach- und Wirkzusammenhänge. Sie werden funktional, dynamisch und statistisch modelliert und auch quantitativ simuliert, um so insbesondere zu qualitativ-interpretativen Verhaltensaussagen über die komplexen "Syndrome“ oder "Schlüsselprobleme“ zu gelangen.

Lernprozesse, die zu einer intelligenten, nachhaltigen Wissensbasis führen sollen, müssen konstruierend und handelnd-deutend sowie an Emotionen (Gefühlen) und Kommunikationen gekoppelt sein[4]. Individuelle Wissensbasen entstehen selbstreguliert durch Interpretieren und Bewerten der im Gehirn (ZNS) eingehenden Signale auf der Basis des bereits vorher Gelernten, also auf der Grundlage derjenigen Wissensnetze, die sowohl in der Evolution der Art als auch im Leben des lernenden Einzelindividuum bereits konstruiert worden sind.

Lernende konstruieren ihr Wissen aber nicht nur individuell, sondern sie tun es auch in einem kommunikativen und kooperativen Austausch mit anderen. Kommunizieren Schülerinnen und Schüler im Unterricht ihr jeweils individuelles Wissen, so wird aus dem individuellen (also in mehreren Gehirnen verteiltem) Wissen in einem aufwendigen Prozess der Verständigung intersubjektives, also gemeinsames Wissen. Und das ist notwendig für ein aufgeklärtes, selbstreguliertes und verantwortungsvolles Handeln und Mitwirken in einer demokratischen Gesellschaftsform. Mit der Konstruktion von intelligentem und intersubjektivem Wissen erfüllt sich die emanzipatorische Absicht bei einem anwendungs- und handlungsorientierten Unterricht.

Noch weit entfernt von der pädagogischen Praxis ist die dynamische Modellierung realer Probleme im Mathematikunterricht. Sie wäre heute aber ein dringend geboten und ein not-wendiger (im Sinne von Not abwenden) Inhalt im Mathematikunterricht, eingedenk der immer komplexer werdenden Welt, die voller Syndrome ist.

Bei der dynamischen Modellierung geht es darum, an überschaubaren dynamischen (zeitabhängigen) Systemen die innere Dynamik in Form von Einwirkungen, Rückkopplungen, Wechselwirkungen und dabei auftretenden Zeitverzögerungen experimentell und simulativ erfahrbar zu machen, um sie dann im Kontext des Modellzweckes zu interpretieren. Bei diesen Modellierungen gibt es keine richtige oder falsche Lösung sondern nur vom Modellzweck abhängige Erkenntnisse, die in der Regel noch nicht einmal eindeutig sind. Reichen die interpretativ gewonnenen Erkenntnisse nicht aus, um aufgeklärt handeln zu können, muss der Modellzweck ergänzt, das Modell erweitert und neu simuliert sowie das Simulationsergebnis erneut interpretiert werden. Im Mathematikunterricht kann es dabei nicht darum gehen, hochkomplexe dynamische Systeme zu modellieren, denn damit haben auch ausgewiesene Experten ihre Schwierigkeiten. Allerdings liefert auch schon die Behandlung überschaubarer dynamischer Modelle im Mathematikunterricht wichtige grundlegende Erkenntnisse für eine mündige Mitwirkung in unserer Gesellschaft. Immer werden bei einer dynamischen Modellierung aber Blicke über den Tellerrand der Mathematik hinaus notwendig, denn dynamische Modellierungen sind immer interdisziplinär.

Zur dynamischen Modellierung gibt es wahrscheinlich bei Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern noch einen erheblichen Fortbildungsbedarf. Insbesondere auch deshalb, weil es bei dieser Modellierung keine richtigen oder falschen Lösungen gibt. Die werden aber von Mathematikerinnen und Mathematikern auf Grund ihres eigenen Bildungsganges bei der Lösung von "mathematischen Aufgaben" erwartet.

[4] Ausführliche Argumentationen und Darstellungen dazu sind in der Lern- und Arbeitsumgebung „Modellieren mit Mathe“ auf der Seite „Reale Probleme und nachhaltiges Lernen“ (../modellmathe/ma8105.htm) nachlesbar.

Handreichungen[5] zur funktionalen und dynamischen Modellierung können/sollen dabei helfen, dass Lehrkräfte insbesondere dynamische Modellierungen, Simulationen und Interpretationen selbstreguliert durchführen können, um so mittels eigener Erfahrung die Voraussetzungen für deren Vermittlung zu erwerben.

Kurz zusammengefasst: In einem anwendungs- und handlungsorientierten Unterricht mit emanzipatorischer Absicht sollte die Mathematik immer wieder zu Erkenntnissen oder auch zu Berechnungen von realen Zusammenhängen und Wechselwirkungen führen, die ein aufgeklärtes, verantwortungsvolles Handeln in der realen Welt ermöglichen. Das schließt nicht aus, dass die Mathematik dabei – und nicht notwendig auf Vorrat - als eine klare, deduktive Wissenschaft von idealen, platonischen Seinsobjekten und als ein großartiges, kulturelles Erbe erlebt werden kann.

Ist Handlungsorientierung eine zeitgemäße Maxime für den Mathematikunterricht?

Dr. Andreas Pallack

Was würden Sie zu einem Kollegen sagen, der behauptet, dass sein Mathematikunterricht den Prinzipien der Kompetenz-, Schüler-, Anwendungs- und Handlungsorientierung folgt? Erst einmal hört sich das prima an ... oft werden als Sahnehäubchen auch noch konstruktivistische Prinzipien nachgeschoben. Meine erste Frage wäre jedoch: "Was bedeutet ...orientierung für dich?"

Kommunikation über guten Unterricht braucht keine Worthülsen
Nun werden die Gespräche meist interessant. Die Worthülsen werden mit Inhalt gefüllt und dabei zeigt sich: Diese scheinbar so nützlichen und gewinnbringenden Begriffe hemmen inhaltlich getragene Diskussionen, denn: Eigentlich entwickelt jede Lehrkraft dazu ihr eigenes Konzept ... im schlimmsten Fall werden die Worte wie ein Schutzschild getragen, das zwar inhaltsleer ist, aber den Akteur vor der Außenwelt abschirmt und das ausreicht, um die nächste Fachkonferenz oder den nächsten Elternsprechtag zu überleben.

Inhaltlich orientierte Diskussionen benötigen keine gewaltigen Begriffe. In konstruktiven Gesprächen nutzt man einfache Worte – im Idealfall erläutert man, was man erreichen wollte, was man wie im Unterricht umsetzte und was man dabei erreichte.

Kommunikation braucht Medien

[5] Zur funktionalen und dynamischen Modellierung gibt es ausführliche Handreichungen für Lehrkräfte. Sie können von der Seite ../ma0030.htm heruntergeladen werden.

Leider laufen Gespräche – auch unter innovativen und aufgeschlossenen Kollegen – in der Regel nicht so ab. Sich über den eigenen Unterricht zu unterhalten ist faktisch unmöglich, denn das Gegenüber wird immer nur in Teilen verstehen, was man konkret meint. Man benötigt eine gemeinsame Basis, im Idealfall auch gemeinsame Medien. Erfahrungsgemäß bieten sich hier Aufgaben an. Aber über welche Aufgaben lohnt es sich auszutauschen?

Gute Aufgaben brauchen gute Kriterien

Kennen Sie eine gute Aufgabe ...? Wenn ja: Wofür ist diese Aufgabe gut? Allzu oft begegnet man in der schulischen Praxis Dogmatikern: "Eine gute Aufgabe muss anwendungsorientiert sein." – "Nur handlungsorientierte Aufgaben können Schüler überhaupt motivieren."

Davon sollte sich zeitgemäßer Mathematikunterricht deutlich distanzieren. Hier sind Aufgaben lediglich Mittel zum Zweck: Sie dienen dem Lernen von Mathematik. Aufgaben können niemals von sich aus "gut" sein.

Doch auch beim motiviertesten Kollegen, der nach bestem Wissen und Gewissen für das Lernen gute Aufgaben zusammenstellt, werden viele Lernende früher oder später die Sinnfrage stellen: "Wofür brauche ich das?" Müssen zeitgemäße Aufgaben dafür nicht eine Antwort bereithalten?

Ein Beispiel für eine sehr gute Aufgabe?

Ich möchte Ihnen eine Aufgabe aus meinem Unterricht vorstellen. Die Aufgabe lautet schlicht: "Erstelle eine Graphentanz-Choreographie." Die Schülerinnen und Schüler bekamen im Unterricht ein Video mit animierten Graphen gezeigt – anschließend sollten sie selbst solche Videos erstellen. Die Ergebnisse der Lernenden können Sie sich bei YouTube anschauen. Suchen Sie nach "Daumenkino Polynome".

Ob diese Aufgabe in Gänze besonders gut ist kann ich nicht sagen. Jedoch kann ich für mich feststellen, dass die Lernenden einen riesigen Spaß beim Entwickeln und Erstellen der Filme hatten und dass nahezu alle Schülerinnen und Schüler Experten für lineare Transformationen von Funktionen wurden.

Und warum sollte man lernen Funktionen zu transformieren? Na weil es Freude macht – philosophisch gesagt: Man entdeckt das Potenzial des Spielens und erweckt so den homo ludens – den Menschen, der seine Fähigkeiten über das Spielen ausbaut. Wofür benötigen wir mehr? Reicht die Maxime *Freude am Lernen* von Mathematik nicht aus?

Diese Frage kann mit einem klaren *NEIN* beantwortet werden. Es reicht nicht aus, da Standards vorgeben, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler erwerben müssen. Bei diesem Beispiel ist es wohl das Argumentieren und Werkzeuge nutzen ... das Modellieren im Sinne des Umgangs mit Phänomenen der Umwelt bleibt hier außen vor. Dafür benötigt man Aufgaben, die tatsächlich die Realität im Blick haben – ich nenne diese Aufgaben im Folgenden realitätsorientierte Aufgaben.

Handlungsorientierung als Prinzip – Versuch einer Begriffsklärung

Mit realitätsorientierten Aufgaben zu motivieren ist schwierig: Eine Aufgabe zum Kölner Dom, die in Köln und Umgebung (Düsseldorf ausgenommen) prächtig funktioniert, kann in Soest Kopfschütteln erzeugen. Aufgaben alleine sind also kein angemessener Ausgangspunkt.

Aus meiner Sicht ist es nun nützlich den Begriff der Handlungsorientierung zu bemühen, um Klarheit zu gewinnen, wie man geeignete realitätsbezogene Aufgaben für den Mathematikunterricht auswählen oder entwickeln sollte. Dabei kann man sich an Jank & Meyer (1991, 59fff) orientieren – lehrreicher für die Klärung der Ausgangsfrage erscheint mir jedoch ein Exkurs in den Bereich der beruflichen Bildung. Ich zitiere hier Sloane (2007, 136), der die Besonderheit handlungsorientierter Ansätze aus meiner Sicht gut auf den Punkt bringt: "Anders als bei einem kognitionstheoretischem Ansatz, bei dem von einer Domäne als Fach- bzw. Wissensstruktur ausgegangen wird, die über performatives Handeln (Aufgabenbearbeitung) empirisch überprüft werden kann, wird bei einem handlungstheoretischem Ansatz angenommen, dass performatives Handeln indiziert (d. h. klassifiziert) wird."

Übersetzt auf den allgemeinbildenden Bereich – mit Fokus auf das Lehren von Mathematik – erlaube ich mir diese Aussage wie folgt auszulegen: Handlungsorientierter Mathematikunterricht hat das Ziel Schülerinnen und Schüler in die Lage zu versetzen in realen Problemsituationen faktisch angemessen zu agieren.

Das Ziel von Handlungsorientierung ist die Handlung
Es reicht nicht aus, der Frage "Wofür brauche ich das?" mit Aufgaben zu begegnen, die einen hohen Realitätsgehalt aufweisen und aus der Sicht der Lehrkraft relevant erscheinen. Warum sollte sich z. B. ein 13jähriges Mädchen für Handytarife interessieren, wenn die Eltern ihr Gerät bereits seit dem 8. Lebensjahr voll finanzieren. Das gleiche gilt für den 16jährigen Oberstufenschüler, den man versucht mit der Konstruktion von Autobahnkreuzen zu kitzeln. Man muss das Vorgehen bei handlungsorientierten Aufgaben auf den Kopf stellen und fragen, in welchen und für welche Situationen die Lernenden nun konkret Handlungskompetenz erwerben können. Dabei sollte die Perspektive zur Handlung notwendig Ausgangspunkt des Lernprozesses sein – die Aufgabe ist das zugehörige Medium.

Fazit und Thesen
Handlungsorientierung ist erstrebenswert – allerdings nur, wenn die Lernenden tatsächlich in die Lage versetzt werden zu handeln. Die Suche nach geeigneten Kontexten darf deswegen nicht bei unseren Interessen starten ... sie muss vielmehr bei den Lernenden und deren Umfeld beginnen. Wir als Lehrende müssen wissen, was Schülerinnen und Schüler bewegt und mit welchen Aufgaben wir ihnen Mathematik gut vermitteln können. Oft sind gewinnbringende Ansätze lokal geprägt (ein Beispiel für einen lokalen Ansatz finden Sie unter http://www.youtube.com/watch?v=eqbeecdfY6w) und nicht ohne Weiteres übertragbar.

Handlungsorientierung als ein nützliches Prinzip für die Gestaltung von Mathematikunterricht erscheint mir nach wie vor plausibel und zeitgemäß. Allerdings weigere ich mich darüber zu diskutieren, ob eine bestimmte Aufgabe nun handlungsorientiert ist – oder nicht. Das kann erst beantwortet werden, wenn man die Interessen und Möglichkeiten zum konkreten Handeln von Schülerinnen und Schüler im intendierten Lernprozess kennt. Denn: Ohne Handlung keine Handlungsorientierung.

Literatur
Jank, Werner und Meyer, Hilbert (1991) Didaktische Modelle. Cornelsen Scriptor, Berlin.

Sloane, Peter F. E. (2007) Bildungsstandards in der beruflichen Bildung. Eusl-Verlagsgesellschaft , Paderborn.

Wie findet man geeignete anwendungs-orientierte Mathematikaufgaben?

Gilbert Greefrath

Bei der Arbeit mit anwendungsorientierten Aufgaben für den Mathematikunterricht kann man viele Kriterien anlegen, die diese Aufgaben charakterisieren. Solche Kriterien werden auch häufig verwendet, um die Qualität der Aufgaben zu verbessern. Je mehr Kriterien formuliert werden, umso schwieriger ist es schließlich, geeignete Aufgaben für den Unterricht und erst recht für Prüfungen zu entwickeln. Da aber ungeeignete Aufgaben ein negatives Bild von Mathematik und Mathematikunterricht vermitteln können, versucht man häufig, Kriterien zu entwickeln, nach denen geeignete Aufgaben für den Mathematikunterricht erstellt werden können. Sehr häufig wird in diesem Zusammenhang die Forderung nach Authentizität an anwendungsbezogene Aufgaben gestellt (s. z. B. Büchter & Leuders, 2005, S. 73 ff.).

Authentizität kann auf mehreren Ebenen im Zusammenhang mit Mathematikunterricht gesehen werden. So gibt es etwa eine Ebene der Lernprozesse, eine Ebene der Methoden und eine Ebene der Kontexte. Genauer kann man fragen, ob die Lernprozesse eine echte mathematische Erfahrung im Unterricht ermöglichen, ob die verwendeten mathematischen Methoden fachlich angemessen sind und ob die Kontexte ein zeitgemäßes Bild von Mathematik vermitteln (Lutz-Westphal, 2006, S. 4).
Im Zusammenhang mit anwendungsorientierten Mathematikaufgaben erscheint hier der letztgenannte Punkte besonders wichtig.

Der Realitätsbezug mathematischer Aufgaben kann eine gewisse Echtheit oder auch Authentizität zum Ausdruck bringen. Die Schülerinnen und Schüler können dann davon ausgehen, dass sie Dinge bearbeiten, die es tatsächlich in der Realität gibt und die gestellte Aufgabe oder das formulierte Problem somit eine wirkliche Fragestellung ist, die auch außerhalb des Mathematikunterrichts ihre Berechtigung hat. Durch die Bearbeitung zu vieler eingekleideter Aufgaben entsteht dagegen häufig das Gefühl, Mathematikunterricht habe nichts mit dem wirklichen Leben zu tun und somit keine Relevanz für die Welt. So werden dann mathematische Aufgaben für unecht oder künstlich gehalten. Das Gegenteil von Authentizität ist also vielleicht sogar einfacher zu beschreiben als die Besonderheit von authentischen Kontexten. Das schwierige an authentischen Situationen in Mathematikaufgaben ist, dass die Authentizität nicht einfach zu einer Aufgabe hinzugefügt werden kann. Authentizität ist im Kern nicht die Eigenschaft der Aufgabe, sondern die Eigenschaft des realen Kontextes, mit dem sich die Aufgabe beschäftigt (Vos, 2011). Für die Konstruktion von authentischen Aufgaben mit Realitätsbezug bedeutet das konsequenterweise, dass man wohl nicht zu einem mathematischen Problem eine "authentische Aufgabe" konstruieren kann, sondern dass man zu einem authentischen Problem ein Problem für den Mathematikunterricht finden kann. Dies wird nicht für alle Inhalte gelingen, aber wenn es gelingt, dann kann die Problemstellung auch aus Sicht der Lernenden authentisch werden. "Authentisch von den Lernenden her, also für die Lernenden, ist eine Problemstellung, wenn diese sich ihrer tatsächlich annehmen, sich auf sie einlassen, wobei dieser zweite Punkt unterrichtlich der entscheidende ist." (Herget, Jahnke, & Kroll, 2001, S. 7). Im Zusammenhang mit Authentizität ist es erforderlich, genau festzulegen, was man mit Authentizität meint und welche Ebene angesprochen ist.

Ein weiterer Schritt ist erreicht, wenn die zu bearbeitenden Probleme für die Schülerinnen und Schüler auch tatsächlich relevant sind. Dies wird in der Regel nur durch realitätsbezogene und authentische Aufgaben erreicht. Diese Eigenschaften sind aber noch nicht ausreichend, um eine für Schülerinnen und Schüler lebensrelevante Aufgabe zu konstruieren. Die Frage, ob eine Schülerin oder ein Schüler eine Aufgabe auch für sich selbst und ihr oder sein Leben relevant hält, hängt stark von der Persönlichkeit und den Interessen der jeweiligen Schülerin oder des jeweiligen Schülers ab. Es ist also schwierig eine Aufgabe zu erstellen, die für möglichst viele Schülerinnen und Schüler relevant ist. Möglich sind in diesem Zusammenhang Aufgaben zu Gegenständen aus dem täglichen Leben von Schülerinnen und Schülern (Greefrath, 2007).

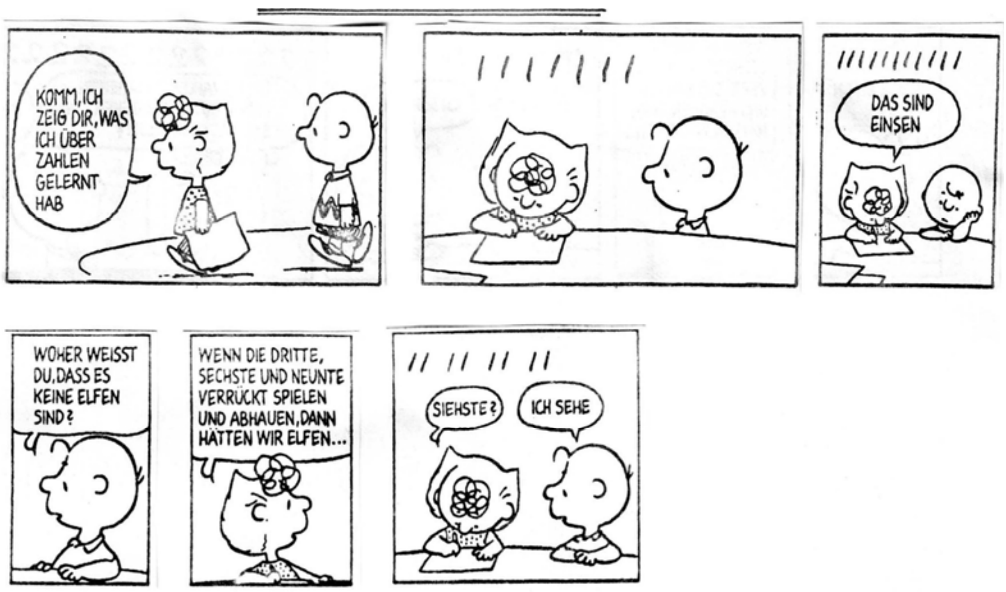
Die Relevanz kann auch noch genauer betrachtet werden. Eine Aufgabe ist relevant, wenn Sie als bedeutsam für das gegenwärtige oder zukünftige Leben von Schülerinnen und Schülern angesehen wird. Wenn eine Aufgabe aus Sicht der Schülerinnen und Schüler bereits gegenwärtig als bedeutsam angesehen wird, sprechen wir von Schülerrelevanz. Wird eine Aufgabe dagegen erst in zukünftigen Situationen für Schülerinnen und Schüler relevant, dann sprechen wir von Lebensrelevanz. Eine weniger individuelle Variable in diesen Zusammenhang ist die Lebensnähe. Etwas abgeschwächter ist mit Lebensnähe lediglich gemeint, dass die entsprechenden Aufgaben mit dem gegenwärtigen oder zukünftigen Leben der Schülerinnen und Schüler in Verbindung gebracht werden können, aber nicht unbedingt relevant sind. Die Beurteilung einer Aufgabe nach ihrer Nähe zum Leben ist objektiver durchführbar als die Beurteilung nach ihrer Relevanz für das Leben von Schülerinnen und Schülern (Leuders, 2001, S. 100 ff.).

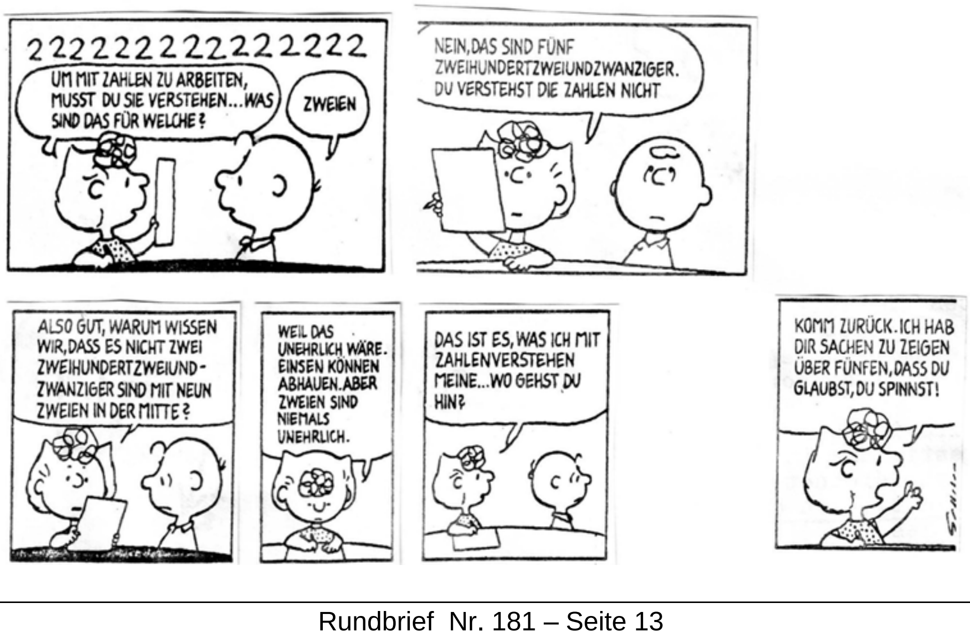
Ob eine Aufgabe aus Sicht der Schülerinnen und Schüler tatsächlich als interessant angesehen wird, kann vielfältige Gründe haben. Häufig werden zwar schülerrelevante Aufgaben als interessanter empfunden als nicht authentische Aufgaben, aber auch weniger relevante Aufgaben können, wenn sie beispielsweise interessant präsentiert sind oder in bestimmter Weise auf die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler eingehen, interessant sein. Schon kleine Unterschiede von Aufgaben können einen Beitrag zu einem erhöhten Interesse liefern. So ist beispielsweise eine Aufgabe, in der das eigene Zimmer der Schülerinnen und Schüler angestrichen werden soll, vermutlich interessanter als eine Aufgabe, in der bestimmte Maße eines fiktiven Zimmers angegeben sind. Hier wäre dann der Faktor Schülerrelevanz entscheidend. Auch die Frage der Aktualität kann eine Rolle spielen (Greefrath, 2010).

Aber auch einige Typen von nicht authentischen Aufgaben mit Realitätsbezug können ihre Berechtigung im Unterricht haben. So ist im Zusammenhang mit dem Realitätsbezug auch wichtig, dass die Aufgaben für Schülerinnen und Schüler anregend sind. Dies kann beispielsweise durch einen lokalen Bezug erreicht werden. Wenn die Aufgaben Bezüge zu Gegenständen oder Orten haben, die die Schülerinnen und Schüler aus der Umgebung kennen, sind sie häufig anregender, als unbekannte Inhalte. Eine Aufgabe kann auch für Schülerinnen und Schüler anregend sein, wenn die Inhalte besonders schülernah oder auch besonders ausgefallen sind.

Ein anwendungsorientierter Unterricht stellt hohe Anforderungen an die Entwicklung von Unterrichtsmaterialien. Hier können geeignete Kriterien wie Authentizität, Relevanz oder Anregung eine Hilfe sein. Besonders die Authentizität muss aber im Zusammenhang mit Mathematikunterricht noch genauer diskutiert werden.

Literatur
Büchter, A., & Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern Leistung überprüfen.* Berlin: Cornelsen Scriptor.
Greefrath, G. (2007). *Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben.* Köln: Aulis.
Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe.* Heidelberg: Spektrum.
Herget, W., Jahnke, T., & Kroll, W. (2001). *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.* Berlin: Cornelsen.
Leuders, T. (2001). *Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II.* Berlin: Cornelsen Scriptor.
Lutz-Westphal, B. (2006). *Kombinatorische Opitmierung - Inhalte und Methoden für einen authentischen Mathematikunterricht.* Berlin.
Vos, P. (2011). What is 'Authentic' in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling? In G. Kaiser et al. (eds), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA 14.* Springer (to appear).



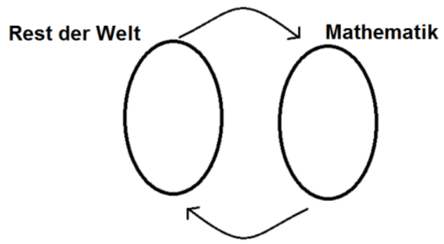


"Nicht für die Schule, sondern für das Leben modellieren wir"

Hans-Wolfgang Henn

Im Treppenhaus meiner alten Schule hing das Originalzitat "Non scolae sed vitam discimus"; taten wir es damals? Als "anwendungsorientierter" Mathematikdidaktiker freue ich mich sehr, dass Heinrich Winter mit seiner ersten Grunderfahrung im Sinne meiner Überschrift argumentiert. Wenn ich allerdings die deutsche Schullandschaft betrachte, so habe ich eher den Eindruck, dass oft die Wörter "Leben" und "Schule" ausgetauscht werden müssen.

Prägend für die deutschen und die internationalen Bemühungen nach mehr realitätsnahem Unterricht ist die schöne Metapher von Henry Pollak, der die Welt in die disjunkten Gebiete "Mathematik und Rest der Welt" geteilt sieht. Modellieren bedeutet gemäß der ersten Winter'schen Grunderfahrung, die Hilfe der Mathematik zu nutzen, um Probleme aus der Welt, in der wir leben, zu lösen. Dazu wird man einmal oder mehrmals von der Welt in die Mathematik und wieder zurück gehen müssen, bis man eine zufriedenstellende Lösung für ein Problem der Realität gefunden hat. Die Abbildung visualisiert die Pollak'sche Idee.



Was bedeutet die Pollak'sche Methapher? Wir haben ein Problem in der Realität. Die reale Situation muss genauer beschrieben werden: Um was geht es, was ist wesentlich, was ist unwesentlich, wie kann ein Ingenieur sein Problem einem angewandten Mathematiker erklären?, … usw., und schon kommt man – vornehm gesprochen – von der "realen Situation" zum "realen Modell". Die Mathematik kann nur helfen, wenn man sein Problem in der Sprache der Mathematik ausdrücken kann, es also z. B. durch irgendwelche Gleichungen beschrieben werden kann – und das "mathematische Modell" entsteht. Gleichungen kann der Mathematiker – exakt oder näherungsweise – lösen, und wir bekommen die "mathematische Resultate". Liefern diese Lösungen eine sinnvolle und brauchbare Antwort für das Ausgangsproblem? Sicher nicht, wenn "mathematisch exakt", aber wenig sinnvoll die negative Länge s = -3m resultiert, dann muss man schauen, wo etwa eine unzulässige Vereinfachung o. ä. passiert ist. Natürlich behauptet auch diese ausdifferenzierte Darstellung nicht, dass der Gesamtvorgang genau in dieser Reihenfolge passiert; es geht stets um das Wechselspiel Welt – Mathematik, hin und her bis zu einem befriedigenden Resultat; dieses Wechselspiel entspricht der Pollak'schen Metapher.

Was sind genauer Modelle und Modellieren? Modelle sind vereinfachende, nur gewisse, einigermaßen objektivierbare Teilaspekte berücksichtigende Teile der Realität, die in die Sprache der Mathematik übersetzt werden; Modellieren ist das zugehörige Abbilden. Ein einfaches Beispiel für ein Modell ist eine Landkarte. Wesentlich ist, dass Modelle für etwas dienen müssen und dass irgendwelche Folgerungen bezüglich der Realität gezogen werden können. Allerdings zeigt dies schon die unvermeidbare Subjektivität beim Modellieren: Der Modellierer bestimmt, welche Teilaspekte berücksichtigt werden, und er zieht die Folgerungen aus den Ergebnissen. Damit ist beim Modellieren stets die Gefahr bewusster oder unbewusster Manipulationen immanent. Hierüber Schülerinnen und Schüler aufzuklären, ist ein wichtiger Aspekt bei der schulischen Erziehung zu mündigen Bürgern und zukünftigen Entscheidungsträgern.

Man unterscheidet üblicherweise die folgenden Modell-Typen:

Deskriptive Modelle

- Modelle, die vorhersagen (z. B. die Wettervorhersage; die Anzahl von HIV-Infizierten in den nächsten 5 Jahren; …),
- Modelle, die erklären (z. B. wieso sehen wir einen Regenbogen; …),
- Modelle, die beschreiben (z. B. die Form eines hängenden Stromkabels; …).

Normative Modelle

Modelle, die etwas festlegen (z. B. Einkommensteuer; Wahlmethoden; Regeln für die Fußball-Europa-Meisterschaft; …)

Modelle für ein Problem der Realität können mehr oder weniger geeignet sein. Man sollte aber nicht von "richtigen" oder von "falschen" Modellen sprechen. Beispielsweise sollte man nicht Newtons Modell der Physik "falsch" und Einsteins Modell "richtig" nennen. Beide Modelle beschreiben zufrieden stellend die Natur in ihren jeweiligen Grenzen.

Für Heinrich Hertz waren Vorhersagen die wichtigste Aufgabe von Modellen – und dies ist gar nicht einfach: Die Aussage "Prognosen sind schwierig, besonders wenn sie die Zukunft betreffen", wird mehreren Autoren zugeschrieben. Ein Beispiel sind die Prognosen des Club of Rome[6] aus dem Jahr 1972, die Gott-sei-dank so nicht eingetreten sind. Dagegen liefern die physikalischen Modelle der Raumfahrt sehr genaue Vorhersagen – sonst hätte man den Mond nicht getroffen!

Leider sind die meisten der so genannten Modellierungsaufgaben in der Schule und insbesondere in der Abiturprüfung in keiner Weise Modellierungen in unserem Sinn. Fast immer geht man von einer mehr (Bayern) oder weniger (Baden-Württemberg) komplizierten Funktionsgleichung aus, die angeblich eine Schischanze, einen Turm, einen Spielplatz oder ein anderes Konstrukt beschreibt. Nun muss mit dieser Funktion eine übliche Funktionsuntersuchung gemacht werden. Das Ganze ist dann aber keine Modellierungsaufgabe, sondern spielt sich ganz auf der Seite der Mathematik ab. Für die Schülerinnen und Schüler ist die Bearbeitung solcher Probleme darauf reduziert, die "Mathematik" zu finden, die der böse Lehrer in dem Aufgabentext versteckt hat. Damit entsprechen diese Aufgaben eher reinen "Kapitänsaufgaben". Ein tröstliches Beispiel, das von Arnold Kirsch stammt, zeigt, dass man auch aus solchen Aufgaben etwas machen kann; ich meine die "Sportsvereinsaufgabe". In ihrer Originalformulierung ist sie auch nur eine Kapitänsaufgabe: Die Mitgliederzahl von Erwachsenen und von Jugendlichen eines Sportvereins, der jeweilige Monatsbeitrag und die benötige Summe für einen Neubau, die durch Erhöhung des Monatsbeitrags finanziert werden soll, sind gegeben. Die Erwachsenen sollen einen Euro mehr bezahlen als die Jugendlichen. Man bestimme die neuen Beiträge. Viel mehr Sinn macht diese Aufgabe – und wird zu einer echten normativen Modellierungsaufgabe – wenn man den vorletzten Satz ersetzt durch die Frage "wie sollen die neuen Beiträge aussehen". Weitere Beispiele normativer Modellierungen, die aus der Erfahrungswelt der Kinder stammen, sind "wie sollten die Klassensprecher bestimmt werden?", "wie könnte eine einfache und gerechte (was ist

[6] In der von Dennis Meadows verfassten Studie "Die Grenzen des Wachstums“ wurden mit Computerhilfe zum Teil bedrückende Szenarien und Prognosen für die Weiterentwicklung der Welt erstellt.

das?) Besteuerung aussehen?", "wie sollte Hartz IV besser geregelt werden?", "wie sollten in einem Mietblock ohne Einzelzähler die Kosten für den Wasserverbrauch verteilt werden?"

Bemerkenswert ist der nicht selten anzutreffende *Aspekt-Wechsel* eines Modells. Ein schönes Beispiel ist unser Abitur: Es sollte beschreiben, was der Mathematikunterricht in der Schule bei den Lernenden erreicht hat, ist also ein deskriptives Modell. In der Realität wird aber das Abitur zum normativen Modell: Die Aufgaben der letzten Jahre werden zur Norm des Unterrichts; nur auf ein "gutes Abitur" hin wird gearbeitet. Aber auch in der Technik kann man solche Paradigmenwechsel beobachten. Ein Beispiel hierfür ist HIC, das Head Injury Criterion, das als beschreibendes Modell die Verletzungsgefahr des Kopfes bei einem Autounfall beschreiben soll. Die Gefährdung des Kopfes hängt sicherlich von vielen Parametern ab. Einer ist die Höhe der Bremsverzögerung beim Crash. Nach der erfolgreichen Idee Galileis hält man beim Crash-Test alle Parameter fest und betrachtet nur die Bremsverzögerung in Abhängigkeit von der Zeit als Verursacher potentieller Schäden. Es ist plausibel, dass die Gefahr von beidem abhängt, was zu einem ersten Ansatz "Bremsverzögerung b mal Dauer T des Crashs" führt; da die Bremsverzögerung nicht konstant ist, wird das zu $\int_0^T b(t)dt$. Dann wäre aber eine sehr lange Crashzeit und eine sehr kleine Bremsverzögerung genauso bewertet wie ein sehr kurzer und sehr starker Crash, was sicher nicht sinnvoll ist. Die Höhe der Verzögerung muss also stärker gewichtet werden, aber wie? Soll man b hoch 2, hoch 3, hoch 4,….ansetzen? Zurück in die Realität! Unfallexperten (Mediziner, Ingenieure, ...) haben sehr viele empirische Daten zu Unfällen, es gibt Versuche mit Leichen und es gibt Daten von Kopfverletzungen von Boxern (Boxen ist also ein sehr nützlicher Sport…). Das qualitative Ergebnis ist, hoch 2 reicht nicht, hoch 3 ist aber eine zu starke Gewichtung. Was macht der Ingenieur? Man nimmt einfach das arithmetische Mittel, also 2,5. Dies führt (nach einigen weiteren definierenden Schritten) zu einem wohldefinierten, aber NUR qualitativem Modell, das die Crash-Gefahr beschreibt. Die "exakte" Zahl, die der Computer ausrechnet, hat allenfalls qualitative Bedeutung, d. h. HIC = 270 ist nicht a priori schlechter als HIC = 280. Die Kaufleute der Firmen merkten aber, dass ein kleiner HIC ein gutes Verkaufsargument ist. Daher wurden die Ingenieure angewiesen, das Fahrzeug so zu konstruieren, dass es (bei dem wohldefinierten und wohlbekannten) HIC-Test gut abschneidet. Damit wird das beschreibende Modell a posteriori auf einmal zum normativen!

Erklärende Modelle erfordern oft viel mehr Theorie als in der Schule zur Verfügung steht. "Echte" Beispiele sind in der Schule seltener als die sprichwörtliche Nadel im Heuhaufen. Ein interessantes und schulgeeignetes (aber auch nicht ganz einfaches Beispiel) ist der Regenbogen.

Beschreibende Modelle sind aus vielerlei Gründen für die Schule didaktisch wünschenswert. Dies gilt aber nur, wenn die Schüler eigenständig Phänomene aus der Welt, in der sie leben, finden und sie mathematisch beschreiben. Wesentlich ist, dass die Schüler den Weg von der Realität in die Mathematik gehen und ihr Modell in ihre Welt zurücktragen.

Wenn Schüler das durchhängende Kabel einer Hochspannungsleitung als Parabel beschreiben, so ist das keineswegs falsch, wie manche Autoren behaupten. Erhard Cramer und Sebastian Walcher[7] beklagen für das Land NRW zu Recht, dass "bis zum Ende der Klasse 10 im Wesentlichen nur noch lineare und quadratische Funktionen gefordert werden. Diese werden in alle möglichen und unmöglichen Sachzusammenhänge gezwängt, so etwa bei hängenden Kabeln (eigentlich Kettenlinien)." In südlicheren Bundesländern mag die Auswahl der zu behandelnden Funktionen etwas umfangreicher sein; die damit behandelten "Anwendungsaufgaben" sind dafür oft noch sinnloser. Allerdings gibt das Beispiel von Cramer und Walcher einen falschen Eindruck. Erstens ist ein hängendes Kabel weder eine Parabel noch eine Kettenlinie; das Kabel gehört in den "Rest der Welt", die Funktion in die davon nach Pollack disjunkte Mathematik. Wenn S I-Schüler SELBST Phänomene der Welt, in der sie leben, mathematisch beschreiben und bei einem hängenden Kabel eine Parabel als beschreibendes Modell wählen, so ist das selbstverständlich sinnvoll und akzeptabel. In jedem Fall wertvoll ist die zur Beschreibung nötige Wahl eines angemessenen Koordinatensystems – und Koordinatisieren ist eine fundamentale Idee der Mathematik! Erst wenn man ein erklärendes Modell sucht, dann muss man die Modellannahmen präzisieren und kommt dann in einem Fall zur Kettenlinie (freihängendes Kabel), im anderen Fall aber in der Tat zu einer Parabel (Hängebrücke). Diese erklärenden Modelle sind allerdings für die Sekundarstufe I zu anspruchsvoll.

Auch in der außerschulischen Realität sind "echte" deskriptive Modelle oft nur qualitativ und nur beschreibend. Modellannahmen zur Beschreibung der Realität werden oft mangels besseren Wissens per "rule of thumb" oder im schlimmeren Fall nach dem, was man als Ergebnis wünscht, festgelegt[8]. Ein Beispiel ist das jährliche Gutachten der Wirtschaftsweisen zur Wirtschaftsentwicklung. Allerdings sind die dortigen Modellannahmen besser begründet als die fragwürdigen Modellformeln vieler Abituraufgaben.

Kinder spielen *selbst* mit Legosteinen; es ist sinnlos, dass Erwachsene dem Kind etwas "vor-bauen" (was nicht ausschließt, dass auch Erwachsene mit Legosteinen modellieren dürfen!). Demzufolge ist "Modellieren" etwas, was man selbst *tun* muss; es bringt nichts, wenn die Lehrerin oder der Lehrer etwas "vor-modelliert". Ein Mathematikunterricht, der Realitätsnähe sucht, muss folglich automatisch auch ein handlungsorientierter Unterricht sein.

Beides zusammen, die Handlungsorientierung und die Realitätsnähe, sind die Kernziele der MUED, die ihr 35-jähriges Jubiläum im kommenden Jahr 2012 feiert. Durch den Elan und die Begeisterungsfähigkeit ihres Gründers Heinz Böer entstand mit der **M**athematik-**U**nterrichts-**E**inheiten-**D**atei eine umfangreiche, beeindruckende und vor allem unterrichtserprobte Materialsammlung, die es Lehrkräften erlaubt, ihren Mathematikunterricht handlungsorientiert zu gestalten und in der Welt, in der wir leben, zu verankern. Die MUED hat sehr viel dazu beigetragen, dass der *Unterricht* an deutschen Schulen besser geworden ist (und nicht nur die Testergebnisse bei PISA und Konsorten).
In unseren beiden Comenius-Projekten DQME I und II (Developing Quality in Mathematics Education) haben Heinz Böer und ich und viele andere Mitstreiter versucht, die MUED-Ideen in einem internationalen Netzwerk weiter zu entwickeln, Resultate findet man auf unserer Homepage http://www.dqime.uni-dortmund.de/.
Ich gratuliere der MUED und ihrem Gründer und Motor, meinem Freund Heinz Böer, zu dem, was sie in 35 Jahren geschaffen haben und wünsche mir, dass sich die erfolgreiche MUED-Story noch viele 35-Jahre-Schritte weiterentwickeln kann.

[7] Cramer, E. & Walcher, S. (2010). Schulmathematik und Studierfähigkeit. In: Mitteilungen der DMV, 18, S. 110 – 114.
[8] Eine hier nicht zu nennende Ministerin hat einmal stolz berichtet, sie habe ein ergebnisoffenes Gutachten in Auftrag gegeben.

Anwendungsbezogener Mathematikunterricht - noch relevant?

Michael Wildt

Einige Gedanken zur Bedeutung des Anwendungsbezugs beim Lernen in einem auf selbstgesteuertes Lernen, kooperatives Arbeiten und wertschätzendem Umgang mit Heterogenität der Lerngruppen ausgelegten Mathematikunterricht – aus dem Blickwinkel eines 'langgedienten' Schulpraktikers.

Einstieg: Mein berufsbiographischer Bezug zur Problemfrage
Neben dem Selbsthilfegedanken ('Kolleg/innen helfen Kolleg/innen' bei der Planung und Gestaltung von gutem Unterricht) war die Stärkung des Wirklichkeitsbezugs beim Mathematiklernen, vor allem unter dem Label 'Anwendungsbezug', das wesentliche Motiv bei der Gründung der MUED. Seitdem hat sich das Verständnis davon, wie eine gute Schule aussieht und wie in einer guten Schule Schüler/innen und Schüler[9] lernen, fundamental gewandelt. Ist 'Anwendungsbezug' beim Lernen im Zeitalter von Bildungsstandards, Outputorientierung bei der Ermittlung von Schulqualität und zentralen Abschlussprüfungen auch heute noch relevant? Oder müssten wir, die MUED-Community, unsere Zielsetzung revidieren?

Volker Eisen hat mich gebeten, auf diese Frage eine Antwort aus meinem Blickwinkel auf Prozesse der Schulentwicklung zu geben. "Er darf ruhig persönlich sein" hat Volker ergänzt und mich damit geködert, den Versuch zu wagen. Ich schreibe hier also keine wissenschaftliche Abhandlung. Das würde ich gar nicht schaffen[10]. Es würde erhebliche Literaturrecherchen zu vielen Gedanken erfordern, die ich bei meiner Arbeit im Hinter- und im Vordergrund mit mir herumtrage. Vielleicht findet sich mal jemand, der den Gedanken in einem wissenschaftlichen Paradigma nachgeht – oder vielleicht ist das längst erfolgt, und ich weiß es nur nicht. Autobiographische Elemente im Text sind also vorprogrammiert.

Die ersten Schritte in die Professionalität als Lehrer habe ich in der zweiten Hälfte der 1970er Jahre getan. Damals studierte ich in Bielefeld Mathematik und Pädagogik. Weil gerade mal wieder Mathelehrermangel herrschte, unterrichtete ich als Aushilfslehrkraft von 1977 bis zum ersten Examen 1980 an einem im Aufbau befindlichen Gymnasium in Münster. Als Selbsthilfemaßnahme – ich hatte ja 'von Tuten und Blasen' keine Ahnung – suchte ich damals Kontakt zur Lehrerzentrumsbewegung in Münster, aus der wenig später die MUED hervorging.

In Bielefeld, in der gerade im Aufbau befindlichen Universität, war anwendungsbezogener Mathematikunterricht in der fachdidaktischen Ausbildung ein absolutes Dogma – dass wir Studierenden selbst völlig anders Mathematik in der Schule gelernt hatten (und das fachliche Mathematikstudium die schulisch erlebten Traditionen nahtlos fortführte), wurde dabei völlig ausgeblendet. Mit Verwunderung erlebte ich daher in Münster, dass sich das Ringen um Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht als emanzipatorischer Kampf, sozusagen als Fortsetzung der 68er-Proteste mit anderen Mitteln, gegen altbackene Herrschaftsstrukturen in Hochschule und zweiter Lehrerausbildungsphase

[9] Ab jetzt verwende ich bei geschlechtsgebundenen Begriffen die jeweils einfachere Form, um mir das Schreiben zu erleichtern. Das jeweils andere Geschlecht ist mitgemeint – wenn nicht, sage ich es explizit.
[10] Daher nenne ich zwar Autoren aus meiner Erinnerung, aber zitiere nicht. Wer genauere Hinweise wünscht, mag mich gerne ansprechen: MiWildt@freenet.de.

ausgestalten ließ. Mathematikunterricht ist politisch – das war eine Parole, mit ebenso viel Charme, wie wenn die Anti-AKW-Bewegung bei den Münsteraner Mahnwachen nach der Katastrophe in Fukushima und während des 'Moratoriums' der Kanzlerin den Slogan ausgibt: 'Atomausstieg ist Handarbeit'.

Damals waren die Schulen – die, die ich bei meinen neugierigen Rundblicken während des Lehrer-Werden erlebte (die Bielefelder Laborschule wurde gerade erst konstruiert, hatte aber noch keine 'sichtbare Praxis') – eine 'Lehrerschule'. Es war intuitiv klar, dass Unterricht eine Veranstaltung war und zu sein hatte, die der Lehrer für seine Schüler durchführt. 'Demonstrieren', wie es geht, war das zentrale Lehrprinzip. Herrschaftsmäßig und lernprozessbezogen funktional waren die Schüler in der abhängigen Position; nach einer 'gut gemachten' Einführung in ein mathematisches Thema hatten die Schüler die vorgetragenen Dinge zu lernen, d. h. 'nachzumachen'.

Zwar hatte 'man als kritischer Lehrer' die Schüler hin und wieder zu fragen: "Jetzt sagt ihr doch mal, was ihr denn eigentlich wollt?". Und wenn dann nicht viel mehr als die Antwort kam: "Gute Zensuren, möglichst leichtes Lernen und keine Hausaufgaben", dann hinterließ dieses ehrliche Statement ein leichtes Gefühl der Hilflosigkeit angesichts der Verpflichtungen, derer man sich als Lehrer – nach wie vor – im hierarchisch-paternalistischen Schulsystem auch selbst verpflichtet fühlte. War die damalige Schülergeneration schon wieder unpolitisch, konsumorientiert, aufklärungsbedürftig? 'Was tun?' hieß, so erinnere ich mich, eine wesentliche Frage aus der 'antiautoritären Periode' – davon fühlten wir 'links fühlenden Lehrer' uns damals aufgerufen: Wir sollten, mussten 'was tun', um unsere lieben Schüler zu 'aktivieren'?

Es gab seinerzeit die Erfindung ('Gedankenkonstruktion') des 'heimlichen Lehrplans' als einen Weg, in dieser als Krise wahrgenommenen Situation des schulischen Lernens Handlungsfähigkeit des Subjekts herzustellen und der bei Lehrkräften ('Lehr-Subjekten') gelegentlich aufkeimenden stiller Verzweiflung entgegenzuwirken. Die Konstruktion erlaubt, die autonomen Schüleräußerungen mit einem 'noch-nicht-genügend-entwickelten-Bewusstsein' zu erklären, und daraufhin ("Die Verhältnisse sind halt so – ich finde das ja auch nicht gut") zum klassischen Rollenhandeln als lehrerzentriert agierende Lehrkraft im faktischen System überzugehen.

Aus heutiger Sicht wissen wir ja, dass die antiautoritäre Bewegung keineswegs unautoritär war: Sie stellte traditionelle Autoritäten in Frage, reproduzierte dabei jedoch an vielen Stellen selbst ausgesprochen autoritäre Strukturen. Wie sollte es auch anders sein, angesichts der Umstände, unter denen die Alt-68er ihre eigene Sozialisation erlebt hatten? Sie waren eben Kinder ihrer Eltern und der von ihr erlebten Schule, wenn auch in der Phase der 'Gegenabhängigkeit'.

Selbstverständlich halte ich die Entwicklung in der 1970er Jahren für einen wichtigen Schritt in die richtige Richtung. 'Aufklärung' war das Stichwort, schonungslos wurden Strukturzusammenhänge in die erlebte Wirklichkeit hineinkonstruiert, Funktionalismus als soziologische Theorie (DURKHEIM), flankiert von wunderschönen Denkfiguren wie die MARXschen ökonomischen Theorien und die gesellschaftspolitischen Beschreibungsmodelle in den Traditionen von HEGEL und WEBER hatten ihre Hochzeiten. Plötzlich wurden die Mittel und Verfahren transparent, mit denen die Schulaufsicht die Schulleitungen beherrschen, die Schulleitungen die Kollegien und die Kollegen die Schüler. Aber das Wissen um Strukturen ist zwar notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dafür, Praxis zu verändern oder, besser gesagt, weiter zu entwickeln ... .

Die 'Erfindung' des Anwendungsbezugs
Unter dem Druck, in dieser Situation etwas Gutes tun zu wollen, erfanden, so deute ich meine damaligen Erfahrungen, engagierte Mathematiklehrkräfte den 'Anwendungsbezug' im Mathematiklernen. Vorher, das liest man noch ganz naiv, wenn man fachdidaktische Literatur der 60er Jahre studiert, hatte die Anwendung ihren Platz am 'Ende der Pipeline' des Mathematiklernens. Ohne zu fragen oder kritische Einwände zu erheben betrieben Schüler, Mathematikstudenten, selbst angehende Ingenieure monate- und jahrelang den 'Höheren Blödsinn' der 'Höheren Mathematik'. Sie vertrauten darauf, dass die Dinge, die da gelehrt wurden, von so vielen kompetenten Fachmenschen durchdacht worden seien, dass jeder Zweifel an der Nützlichkeit des Treibens nur das Lernen unnötig behindern würde. Am Ende 'zeigte' man dann auch mal, als huldvolle Geste des Lehrenden, dass die mathematischen Gedankenfiguren zur Wirklichkeit nicht nur passten, sondern hier und da sogar hilfreich zur Bewältigung realer Probleme sein können. Doch die ernsthafte Auseinandersetzung mit den Anwendungsüberlegungen war Aufgabe der 'Underdogs'. Auf sie wurde heruntergeschaut, so wie auf die Müllleute, die den Output der gehobenen Gesellschaft ihrer Wiederverwertung zuführen.

Plötzlich änderte sich unter dem Einfluss der Bewegung das Verständnis des 'Anwendungsbezuges'. Aufklärerisch wurde es, die Frage "Wozu ist denn die Mathematik, die wir konstruieren, gut, wenn sie erst mal entwickelt ist?" an den Anfang des mathematischen Lernprozesses zu rücken. Dafür bürgerte sich der – meiner Auffassung nach völlig unpassende – Begriff der 'Motivation der Schüler' ein. Nun musste am Anfang jeder Lernsequenz, in die der Mathematiklehrer seine Schüler verwickelte, eine Anwendungsfrage stehen. Erst nach der Demonstration, dass die zu lehrende Mathematik 'sinnvoll' ist, durften sich die Schüler in die formale Sprache des Fachs verlieren und versenken.

Beispielsweise wurde so getan, als würde ein rational handelnder Kunde vor der Bestellung eines Taxis (heute vielleicht eher bei der Entscheidung für den Handyprovider des Vertrauens) zunächst ein lineares Gleichungssystem aufstellen und sich anhand der daraus resultierenden Berechnungen (die zeichnerische Lösung ist ja zu ungenau) begründet für den günstigsten Anbieter entscheiden. Damit galt der Schüler dann als 'motiviert', den Stoff für die nächste Klassenarbeit zu pauken. Dass das offensichtlich wirklichkeitsfremd ist, blieb den Schülern sicher nicht verschlossen. Die Motivationswirkung bleibt daher eher fraglich ...

Und nicht nur das: Das ganze Mathematiklernen musste jetzt in einen emanzipatorisch-aufklärerischen Kontext eingebettet werden, in dem 'die Mathematik' entwickelt wird. Richtungsweisend waren die Arbeiten des Max-Planck-Instituts für Bildungsforschung in Berlin unter dem damaligen Direktor DAMEROW, in den 1970er Jahren bekannt geworden unter dem Label des 'Qualifikationsansatzes im Mathematikunterricht': Man verknüpfe die Ausbildung von emanzipatorischem Wissen und spannendend konstruierten Lernsituationen, so dass die Gesellschaftsveränderer vor morgen heute schon mal das dazu notwendige mathematische Wissen erlernen! Der Auftrag, gesellschaftliche Veränderungen (revolutionär oder reformerisch) durchzuziehen, wurde damit gleich mit an die nächste Generation delegiert.

Doch entpuppte sich die emanzipatorische Botschaft des anwendungsbezogenen Wissenserwerbs als eine bemerkenswerte Idee. Aber ob sie für das Erlernen von Mathematik sinnvoll oder funktional war, blieb offen. Wir haben es ja alle in unserem Unterricht erlebt: Die Schüler steckten die Anwendungsfragen am Anfang mit der gleichen gelangweilten Neugier weg wie den systematischen Mathematikunterricht in den früheren Jahren. Die älteren Kollegen im System, die es nicht mehr nötig hatten, zwecks persönlicher Profilierung auf den 'neuen Zug' aufzuspringen, ließen sich in großer Zahl nicht vom Sinn der Neuerung überzeugen und blieben bei ihrer traditionellen Lehrform. Auch gelang es nicht, unterrichtlichen Erfolg mit anwendungsbezogenem Mathematiklernen im Sinne einer exklusiven positiven Korrelation empirisch zu verknüpfen. Die Anwendungsfrage' wurde zur Ideologie. Mit Grausen erinnere ich mich an schreckliche Debatten mit Kollegen – manchmal noch, aber zunehmend seltener verfolgen sie mich noch bis heute im Lehrer-Ausbildungskontext, in dem ich inzwischen tätig bin.

Lernprozessforschung

Aus der Nähe gesehen konnte ich seinerzeit diese Situation (noch) nicht sehen. Ich will nun erst mal meinen eigenen weiteren Lernprozess schildern, bevor ich mich mit dem dabei gewonnenen, für mich neuen Wissen, wieder der Frage nach der Stellung des Wirklichkeitsbezuges beim Mathematiklernen zuwende.

Nach Abschluss von Studium und Referendariat bin ich dann erst einmal ins 'lehrerbezogene Abseits' geraten. In der Kleinkindphase meiner peu a peu auf vier angewachsenen Kinderzahl war ich Hausmann, habe dann, als mein Jüngster in den Kindergarten kam, eine Stelle als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität im Bereich der Lehrerausbildung ergattert. Dort wurde, in dem Kontext, in den ich mich hineinbewegen konnte, ernsthaft geforscht, und zwar nicht (mehr) zum 'Lehren der Lehrkräfte', sondern zum Lernen der Schüler. Jahrelang arbeitete ich mit qualitativen empirischen Methoden der interpretativen Lernprozessforschung und betrachtete wie unter der Lupe, was im Mathematikunterricht und dort besonders in dezentralen kooperativen Lernphasen ohne Lehrkraft wirklich ablief.

Die interpretative Unterrichtsforschung, hervorgegangen aus der Arbeit des durch ADORNO und HORKHEIMER beeinflussten Frankfurter Instituts für empirische Sozialforschung war damals in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik noch eine absolute (und für mich als 'junger Hüpfer' kaum nachvollziehbar heftig angefeindete) Außenseiterposition – heute bekleiden die damals jungen Protagonisten relevante W-4-Stellen in der bundesrepublikanischen Fachdidaktik. Für gestandene Mathematiker war es anscheinend zutiefst verletzend, dass nichtmathematische Verfahren in der unterrichtsbezogenen Forschung auftauchten, wo Signifikanztests und Korrelationskoeffizienten doch bewährte Fachmethoden zur Wirklichkeitskonstruktion darstellen. Ohne Zahlen keine validen Forschungsergebnisse – an der Erschütterung dieses Dogmas habe ich seinerzeit mitgearbeitet. Das war meine persönliche Emanzipation ...

Der unverstellte Blick auf den Verlauf individueller und kooperativer mathematischer Lernprozesse durch interpretatives Arbeiten auf der Basis kognitionspsychologischer Ansätze (ANDERSON, GREENO) und konstruktivistischer Theorien (PIAGET; v. GLASERSFELD) führte dann dazu, dass ich zu begreifen begann, was WEINERT mit der 'kognitiven Wende' vom 'Teaching' zum 'Learning' wohl meint: Das unterrichtliche Arrangement, in dem Schüler Mathematik lernen, sollte nicht den 'Lehrbedürfnissen' der Lehrkräfte, sondern den 'Lernbedürfnissen der Lernenden' folgen. Die Lehrkraft ist, obwohl sie gegenüber dem Lerner in der Rolle des 'Wissenden' ist, im Lernprozess der Schüler in der Rolle des Lernprozess-Unterstützers. Subjekte des Lernprozesses sind die Schüler, die ihre (stets eigenen) Lernanliegen verfolgen und sich dabei die benötigten Hilfen aller Art selbst holen.

Nach hinreichender Analyse der Transkripte von Aktionen und Interaktionen beim Aufbau von mathematischen Kompetenzen (bei Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen) war ich 'geheilt' von der Vorstellung, dass ein Mathematiklehrer Schülern etwas bei-

bringt. Er kann beim Lernen unterstützend wirken, kann aber auch – das zeigen Unterrichtstranskripte schonungslos – durch sein wohlmeinendes Agieren mathematische Lernprozesses massivst stören. Je mehr er seinem eigenen Plan folgt – und sich nicht, wie es die Systemik so schön formuliert, immer wieder seinen Auftrag von den Lernenden holt – desto geringer wird seine Wirksamkeit im mathematischen Lernprozess, desto größer seine Störwirkung im Lernen, desto mehr Schüler in einer Klasse fallen aus dem Lernprozess heraus.
'Lehren' erweist sich aus der ruhigen, nachhaltigen Nahsicht auf mathematische Lernprozesse als systematischer professioneller Irrtum. Wir Mathelehrer wissen das aus den Vorlesungen im Studium – eine individuelle Aneignung des mathematischen Wissen fand (und findet) dort eher nicht statt: Entweder man versteht in der Vorlesung die Mathematik, oder man versteht sie nicht. Lernen, nach WEINERT die 'Überführung von Potential und Kompetenz', erfolgt dort so gut wie nie. Und trotzdem war das Lehren Leitbild für das Lehrerhandeln, auf das ich noch in meinem Referendariat festgelegt werden sollte.

Die Sichtweise des praktischen Lehrerausbilders

Inzwischen habe ich die Uni längst wieder verlassen, weil mich nichts mehr lockt als das praktische Handeln des Lehrers. Ich habe eben 'Lehrer studiert' und möchte diesen Beruf auch ausüben – auf Dauer ist mir die Wissenschaft zu farblos. Daher wurde ich, als sich die Chance bot, der Hochschule wieder untreu und ging als Lehrer an eine Gesamtschule.

Dort war und bin ich nicht nur mit der großen Heterogenität der Schülerschaft beim gemeinsamen Lernen in einer Klasse konfrontiert – im Hintergrund immer die weisen Ausführungen von BAUMERT, guter Unterricht zeige sich daran, dass Heterogenität der Lerngruppen sichtbar wird, und in einem erfolgreichen Lernprozess werde die 'Schere' zwischen den langsamen und den schnellen Lernern immer größer – bei Lernfortschritten aller Lernenden in einer Klasse. Die Herausforderungen des heterogenitätsgerechten Unterrichts sind, mit der Vielfalt wertschätzend umzugehen, jedem Schüler ein zu seinen Lernvoraussetzungen passendes Lernangebot zu machen und kooperatives Arbeiten voranzutreiben.

Und ich war und bin nach wie vor damit konfrontiert, dass in ein und derselben Schule völlig unterschiedliche Auffassungen der Lehrkräfte vorherrschen, wie diese Anforderungen im Unterricht umgesetzt werden sollen. Ich mache die Erfahrung, dass meine Schüler, die ich in Klasse 5 übernehme, durch die Grundschule gut auf selbstgesteuertes Lernen vorbereitet sind. Sie können das zu Beginn der Klasse 5 gut – aber schon im Verlauf dieses Schuljahres schwinden die damit verbundenen Kompetenzen dahin. Meine Kollegen an meiner Gesamtschule glauben dagegen, die Schüler verfügten, wenn sie zu uns kommen, 'noch gar nicht' über die Fähigkeiten zum selbstgesteuerten Lernen. Daher müsse es ihnen die Gesamtschule erst mal langsam aber sicher beibringen (was aber dort, so mein Eindruck, leider nicht bis kaum geschieht).

In meiner Schule gelang es mir nicht, konsensuell mit meinen Kollegen zusammen zu arbeiten – über das 'normale Maß' hinaus, das wohl an jeder Schule läuft. An die Grundfragen schulischen Lernens sind wir nicht herangekommen – also bin ich Fachleiter geworden und habe mich durch diese Arbeit Stück für Stück aus der Schule extegriert. Manche Unterrichtsroutine, die in der Schule noch immer gang und gäbe ist, geht bei mir nun gar nicht mehr ...

Bei KRUMMHEUER und VOIGT kann man nachlesen, dass der 'fragend-entwickelnde Unterricht' ein unterrichtliches Kommunikationsformat ist, bei dem die Schüler durch Analyse aller situativen Elemente – von der Farbe der Kreide bis hin zur Stimmlage, mit der die Lehrkraft lobt – erraten sollen, was sich die Lehrkraft gedacht hat oder was sie wissen will. Es sind also Anpassungsübungen an die Rituale des Stärkeren – ob nun am Anfang des Spielchens ein Anwendungsproblem steht oder eine innermathematische Fragestellung. Doch wenn ein Anwendungsproblem am Anfang steht – dazu gleich mehr – wird es tendenziell noch schlimmer. Überbleibsel des diesem Ritual Ausgeliefert-Seins der Schüler begegnet mir in einem Referendar, der - meine Schüler tun das gottlob nicht mehr – mich fragt "Worauf wollen Sie hinaus?", anstatt wie jeder vernünftige Gesprächsteilnehmer seine eigene Sicht auf die Dinge zu artikulieren.

Bei 'Anwendungsbezug' noch schlimmer?
Wo steckt das Problem? Anwendungsbezug hat sich im Lernprozess als 'Motivation' etabliert. 'Motivation' ist aber ein Begriff aus der Lernpsychologie. Er beschreibt eine Persönlichkeitsdisposition einer lernenden Person. 'Motivation' als Kategorie beschreibt die Ausprägung des eigenen Aktivierungs-Bereitschafts-Potential eines Menschen, die eigenen Möglichkeiten für die Erreichung eines Ziels zu aktivieren. 'Der Lernende ist nicht motiviert' vs. 'Der Lernende ist motiviert' ist das Konstrukt, das Psychologen zu erheben versuchen, wenn sie über das Gelingen des Lernprozesses eines Subjekts Betrachtungen anstellen wollen. Der Aufbau von Motivation ist, aus dem Blickwinkel systemisch-konstruktivistischer Theorien, eine Leistung des Individuums. 'Motivieren' ist ein reflexives Verb.

Selbstverständlich ist die 'Motivation' eines lernenden Subjekts relational verknüpft mit den Umweltbedingungen, in denen das Subjekt lernt. 'Motivationsfördernde Elemente' gehören genauso in die von Konstruktivisten geforderten 'reichen Lernumgebungen' wie 'Lernkontexte' (Aufgabenstellungen), 'Informationsmaterialien' (bis hin zur Chance, sich als Lerner Instruktionen zu holen) und 'Bewährungssituationen' (Chancen, den Entwicklungsgrad von Kompetenzen zu überprüfen). Doch zum 'Motivieren' (hier wird der Begriff sinnwidrig der Lehrerfunktion 'Unterrichten' zugeordnet) reicht es, wenn motivationsfördernde Elemente vorhanden sind. Lernrelevant ist dabei nicht die Stärke des Stimulus, sondern die Auswertung des Stimulus durch den Rezipienten.

Insofern ist die Überlegung nicht falsch, zur Stärkung der Zielorientierung der lernenden Subjekte auch den Faktor der Nützlichkeit des zu erwerbenden Wissens in angemessener Weise zu betonen. Doch besteht die Nützlichkeit von Mathematik in der Regel ja gerade nicht darin, dass man damit ein bestimmtes Problem löst. Für das jeweilige Problem ist eine nicht-mathematiktypische Lösung in vielen Fällen viel funktionaler. Die Stärke der Mathematik ist vielmehr, dass man bei der Entwicklung von Problemlösungen, die für ganze Problemklassen passen, viel strukturelles Wissen über die Struktur der jeweiligen Problemklassen erwirbt. Eine gute mathematische Lösung eines Problems liefert in der Regel eine neue, a priori kaum von Nützlichkeitserwägungen geprägte Sicht auf die Dinge. Die mathematische Kompetenz ist nicht die Fertigkeit zur Berechnung der Lösung, sondern die erweiterte strukturelle Sicht, die hilft, sich in der Welt zu orientieren.

Der Nutzen des mathematischen Treibens stellt sich dann erst als 'gefühlte Größe' ein, wenn man am Ende des mathematischen Konstruktionsprozess zurückschaut und aus dem 'Vorher-Nachher-Vergleich' analysiert, wie viel schlauer man nach dem Mathematisierungsprozess ist. Dieser Zugewinn an Wissen, besser noch an Kompetenz zur Lösung von Problemen, steht im Zentrum eines Mathematikunterrichts, bei dem die Lernenden - so selbstgesteuert wie möglich – ihren Aufbau ihrer mathematischen Fähigkeiten betreiben.

Welche Rolle spielt dabei der Anwendungsbezug?
Der Anwendungsbezug ist eine der drei großen Quellen, die Fragestellungen liefern, die Menschen dazu anregen, auf das ungeheuer große – durch die fleißige Denkarbeit unserer Vorfahren entstandene – Potential der Mathematik zuzugreifen (die zweite Quelle sind innermathematische Folgefragestellungen, die aus der Freude am Weiterdenken gespeist wird, und die dritte Quelle ist die Kreativität von Menschen, sich Fragen auszudenken, auf die man, wenn man die Frage ausgedacht hat, eine Antwort sucht). Die drei Quellen sind miteinander verwandt: Jede mathematische Fragestellung geht davon aus, dass sich jemand diese Fragestellung – aus welchem Grund auch immer – zu eigen macht, sie vertritt, sie in den kommunikativen Zusammenhang einbringt und darauf insistiert, dass es zu dieser Frage eine von Mathematikern als 'seriös' anerkannte Lösung geben sollte.

Hatte EUKLID Anwendungsprobleme vor Augen, als er seine Dreiecke in den Sand zeichnete, oder nicht? Das ist völlig unwichtig – wesentlich ist nur, dass sich Euklid seine Fragen zu eigen gemacht hat, darauf herumgeritten ist und auf die Suche nach Lösungen insistiert hat – und dann war er so freundlich, das eine oder andere auch aufzuschreiben und so der Sterblichkeit seines Geistes ein Schnippchen zu schlagen.

Weil unsere Schüler frei denkende Subjekte sind, wissen wir als Mathematiklehrer a priori nicht, ob Anna, Achmed, Adam, Ariyan und Astra sich durch eine Anwendungsfrage oder eine innermathematische Frage oder durch eine kreative 'Nonsense-Frage' eher angesprochen fühlen. Also gehören Lernanreize aus allen drei Bereichen in die 'reiche Lernumgebung', in der die Kinder stöbern, mit der wir Mathematiklehrer dann versuchen, sie in interessante Denkprozesse hineinzuziehen (oder sie dabei zu mindestens nicht zu sehr zu stören). Unser Potenzial als gelernte Mathelehrer ist dabei, dass wir gut 'die Mathematiksicht' repräsentieren können. Unsere Stärke ist aber gleichzeitig eine Schwäche, wenn wir aufgrund der gewohnheitsmäßigen Sichtweise gar nicht mehr anders können als bei Kurven gleich Tangentensteigungen zu assoziieren. Die Heterogenität zwischen Lehrkraft und Lernenden ist, das spürt jeder engagierte Mathelehrer, ein großes Potential für Lernprozesse auf beiden Seiten!

Die Tätigkeit als Fachleiter hat einen bestechenden Aspekt: Weil mich die Referendare immer wieder in Diskussionen darüber verwickeln, wie eine gute Praxis denn aussieht, kann ich – wenn ich den Job des praktischen Lehrerausbilder ernst nehme – nicht dabei stehen bleiben, nur Bedingungen guten Unterrichts zu formulieren. Ich muss auch Hilfestellungen zur einer veränderten Praxis geben.

Also mache ich das, so gut ich es kann:

Hilfreich ist es also meiner Ansicht nach, wenn die anwendungsbezogenen Fragestellungen so formuliert werden, dass sie aus Sicht der Lernenden ernsthaft und 'möglich' erscheinen. Offene Aufgabenstellungen sind dabei wichtig, das kann man bei PREDIGER, LEUDERS und vielen anderen aktuellen Fachdidaktikern nachlesen. Anwendungsbezug ist ein Element, Probleme so in 'Task-Form' zu überführen, dass sie die Lernenden zur Übernahme, zum 'Sich-Zu-Eigen-Machen' der Fragestellung anregen. Und dann sollten Aufgaben so konstruiert sein, dass sich daran möglichst viele eigene Gedanken aktivieren lassen. Jedes Lernsubjekt soll, wenn es sich damit auseinandersetzt, an die Außengrenzen des eigenen Wissens kommen, so dass es offen und inter-

essiert ist, dort neue, mathematikspezifische Denkfiguren 'anzukonstruieren'. Nach dem Lernprozess soll es eine neue – im Mathematikunterricht u.a. eine 'stärker mathematik-affine' – Sicht auf die Dinge einnehmen oder einnehmen können.

Ein Beispiel:
Intellektuell unbefriedigend sind in meinen Augen bisher noch viele anwendungsorientierte Aufgabenstellungen, auf die ich stoße. Die Aufgabe

Herr Meyer bestellt sich ein Taxi. Es gibt zwei Anbieter: Die Firma Adam mit der Rufnummer 11886 verlangt 2,50 € Grundgebühr und 1,60 € je Kilometer. Die Firma Jürgens mit der Rufnummer 0160/37884594 verlangt 3 € Grundgebühr und 1,20 € je gefahrenen Kilometer. Es regnet gerade. Herr Meyer hat es eilig. Zum Bahnhof, wohin Herr Meyer will, ist es auf kürzestem Weg 5,4 km. Welchen Anbieter wird er wählen?

ist wirklichkeitsbezogen – so einen Herrn Meyer und die beiden Firmen könnte es im wirklichen Leben wohl geben. Das wird kein Schüler bestreiten. Aber glaubt denn jemand ernsthaft, dass Herr Meyer seine Entscheidung nach der Kostenlage trifft? Das ist hier doch wohl eher unwahrscheinlich.

Na ja, deswegen steht die Aufgabe ja auch nicht so im Mathebuch oder auf der Arbeitskarte. Dort stehen nur Grund- und Arbeitspreise beider Anbieter, vielleicht die Länge des Weges zum Bahnhof und – vielleicht noch - der Name des Protagonisten als Identifikationsfigur. Die übrigen Bedingungen, unter denen Herr Meyer seine Entscheidung trifft, sind spätestens dem Rotstift des Lektors im Schulbuchverlag zum Opfer gefallen. Im Mathematikbuch wird die Aufgabe auf 'die' mathematische Fragestellung reduziert.

Doch im wirklichen Leben spielen nicht nur die genannten übrigen Elemente der Entscheidungssituation, sondern noch viele andere Variablen eine Rolle. Wenn die Firma Jürgens nur Nichtrauchertaxis betreibt, so könnte das für Herrn Meyer der ausschlaggebende Grund sein – wobei wir noch gar nicht wissen, ob Herr Meyer Raucher oder Nichtrauchen ist. Usw. pp..

Die Schüler wissen das aus ihrer eigenen Lebenserfahrung ganz genau. Deswegen ist die Aufgabe für viele von ihnen nicht 'motivierend' – ganz unabhängig davon, ob sie selbst in einer Familie leben, in der man manchmal mit dem Taxi fährt. Sie wissen genau, dass im wirklichen Leben die Entscheidungen sehr oft nach anderen Gesichtspunkten getroffen werden als danach, welche Variante im gegebenen Fall die kostengünstigste zu sein verspricht. Daher ist der Aufforderungsimpuls der Aufgabe – nicht etwa trotz, sondern eher wegen des Anwendungsbezugs – für viele Schüler gering: Die Aufgabe erweist sich als 'wenig motivierend'.

Durch das naive Hineinholen der Wirklichkeit entsteht meiner Ansicht nach sogar ein Verlust an Glaubwürdigkeit. Wenn man in Wirklichkeitsbezügen eine mathematische Position einnehmen will, so bedarf es dazu einer bewussten Entscheidung. Beim Preisvergleich für Haribo-Colorado-Tüten sagte mir Lisah, eine (nach eigener Auskunft) 'matheschwache' Schülerin: "Ich kaufe sowieso bei Aldi, denn da ist es billiger. Das sagt meine Mutter auch." Hätte sie gerechnet – die Zahlen waren realistisch – hätte sich die Lebensweisheit der Mutter bestätigt. Für eine Familie in prekärer Lebenssituation ist der 'mathematische Standpunkt' als Mittel zur Bewältigung von Lebensproblemen wohl wenig hilfreich.

Doch das Problem, das durch das Hineinholen der Wirklichkeit in den Mathematikunterricht entsteht, lässt sich vielleicht lösen, wenn man sich auf die Funktion des Sachkontextbezuges im mathematischen Lernprozess besinnt. Zum Beispiel so – die Idee dahinter erläutere ich später:

Herr Meyer lebt allein in einer Wohnung in einer Großstadt. Er hat eine Entscheidung getroffen, die vielleicht verwunderlich aussieht: Er hat sein Auto verkauft und fährt nun meistens mit dem Fahrrad. Aber manchmal bestellt er sich auch ein Taxi, wenn es regnet oder ihm zu kalt ist.
Es gibt in der Stadt, in der Herr Meyer lebt, zwei Anbieter: Die Firma Adam mit der Rufnummer 11886 und die Firma Jürgens mit der Rufnummer 0160/37884594. Meistens ruft er bei Adam an, wenn er einen Wagen benötigt, manchmal aber auch bei Jürgens. Vor einigen Wochen hat er eine seltsame Beobachtung gemacht: Auf kurzen Strecken kostet die Fahrt bei der Firma Adams weniger als bei der Firma Jürgens. Bei langen Strecken ist dagegen Firma Jürgens günstiger als Firma Adams. Herr Meyer fragt sich, ob er richtig beobachtet hat und ob das, wenn die Beobachtung stimmt, Zufall ist oder System hat.

a) Diskutiert das Problem in Eurer Gruppe und formuliert eine Antwort für Herrn Meyer.
b) Herr Meyers Beobachtung könnte daran liegen, dass die Tarife, nach denen die beiden Unternehmen den Fahrpreis berechnen, verschieden sind. Taxiunternehmen haben oft einen 'Grundpreis', der für jede Fahrt (unabhängig von der Fahrstrecke) erhoben wird, und einen 'Arbeitspreis', den der Kunde je gefahrenen km bezahlt. Der gesamte Fahrpreis ist die Summe aus Grundpreis und Arbeitspreis. Wählt einmal vernünftige (verschiedene) Grundpreise und Arbeitspreise für beide Firmen so, dass Herr Meyers Beobachtung zutreffen würde.
c) Wenn Ihr b) gemacht habt (oder nicht geschafft habt), versucht es einmal mit folgenden Preisen: Firma Adam verlangt 2,50 € Grundgebühr und 1,60 € je Kilometer. Firma Jürgens verlangt 3 € Grundgebühr und 1,20 € je gefahrenen Kilometer. Zum Bahnhof sind es z. B. für Herrn Meyer 5,4 km. Entscheidet aufgrund von mehreren Rechnungen Herr Meyers Frage.
d) Formuliert eine 'mathematische Theorie'. Sie soll für eine Person nützlich sein, die zwischen mehreren Anbietern (mit Grundpreis und Arbeitspreis) auswählen muss und der es um den günstigsten Preis geht. Nennt Beispiele für eine solche Person im wirklichen Leben.
e) Könnte Herr Meyers Entscheidung, sein Auto zu verkaufen und stattdessen manchmal Taxi zu fahren, wirtschaftlich vernünftig sein?

Sicher ist die Aufgabe textlastig – doch das Lesen und die damit verbundene Stärkung der Lesekompetenz wiegt mehr als die hier anzubahnende mathematische Kompetenz. Überfordernd ist das in einem selbstgesteuerten Unterricht nicht, weil jeder ja seine Gruppe als potentielle Unterstützung zur Verfügung hat.

Die Funktion des Kontextes ist es einen 'Vorstellungsraum' für die Lernenden zu öffnen. Er soll geeignet sein, die für die Mathematisierung erforderliche Konkretisierung der Sachsituation zu entwickeln. Wenn sich die Schüler mit den Fragestellungen der Aufgabe beschäftigen, bietet der Kontext die Gelegenheit, die eigenen Gedanken und Denkfiguren in der Sprache des Sachkontextes zu entwickeln. Der Begriff des 'Grundpreises', der wiederum mit verschiedenen Konkretisierungen in den beiden Angeboten zu identifizieren ist, ist konkreter als der der Konstante einer linearen Funktion. Die Abhängigkeit des variablen Kostenanteils wird durch die Plastifizierung des fahrenden Autos, das eine Strecke zurücklegt, leichter vorstellbar als das reine Produkt aus Variablen und

Wachstumsfaktor. Die Sachsituation, die dort präsenten (und damit vorstellbaren) Personen, Objekte, Bewegungen usw., erleichtert die gedankliche Arbeit beim Entwickeln von mathematikaffinen Denk-Konstruktionen.

Motivierend ist für Schüler, die sich auf die Problemstellung von Herrn Meyer einlassen, dass man sich die Sachsituation, in der das Konzept der linearen Funktionen eingebettet ist, plastischer vorstellen kann als ohne Kontext. Also ist es auch leichter, darüber zu kommunizieren, eigene Ideen zu entwickeln, sie im Diskurs zu prüfen und Verallgemeinerungen vorzunehmen. Es wird nicht ein mathematisches Wissen in einer Sachsituation angewandt. Sondern es findet eine Auseinandersetzung mit der Sachsituation statt, vorangetrieben durch die Zielsetzung des mathematischen Kompetenzerwerbs und gelockt dadurch, eine kompetente Antwort auf die Problemfrage geben zu wollen. Das ist dann aktives mathematisches Lernen.

Damit verliert der Anwendungsbezug den Charakter der Demonstration des Nutzens mathematischen Lernens. Der Sinn des Lernens liegt (nach wie vor) in den mathematischen Kompetenzen, die die Lernenden anstreben. Dass in bestimmten Situationen vernünftige Menschen damit nützliche Ergebnisse erzielen, wenn es für sie wichtig ist, ist ein positiver Begleitfaktor, aber nicht das Motiv für den Rekurs auf Anwendungen. Anwendungen sind vielmehr bedeutsam als Hilfen zur Erschießung von Denkfiguren, zur Plastifizierung von Gedanken bei der eigentätigen Konstruktion mathematischer Abstraktionen.

Auf dem Weg zur Vision des integrierten Lernen
Inzwischen hat mein Entwicklungsweg schon wieder eine neue Wendung genommen. Auf der Basis meiner Kenntnisse in der Systemik und meiner wachsenden Erfahrungen mit Lehrergruppen, die ich als Berater für heterogenitätsorientierter Unterrichtsentwicklung begleite, mache ich die Erfahrung, dass die Kollegen verschiedener Fächer über die gemeinsam unterrichteten Lerngruppen in dramatischer Weise strukturell gekoppelt sind. Ich kann in 'meiner Klasse' gar nicht selbst entscheiden, wie ich den mathematischen Lernprozess gestalten will. Mein Handlungsbereich wird stark dadurch determiniert, wie die übrigen Lehrkräfte, vor allem die in den Fächern Deutsch und Mathematik, mit 'meinen' Lerngruppen arbeiten.

Das gilt nicht nur für die im Unterricht zu aktivierenden methodischen Kompetenzen und Sozialkompetenzen. Es gilt auch für die generellen Lernformen, die ja im allgemeinen als 'fachspezifisch determiniert' gelten. Es gilt auch für die Fragestellung, welche Bedeutung der Wirklichkeitsbezug beim Lernen hat, bzw. ob und ggf. in welchem Maße fachliches Lernen 'anwendungsbezogen' ist. Weiter kommen wir in der Schule nur, wenn sich dort eine Kultur herausbildet, die von allen Fächern (mehr oder weniger) geteilt wird.

Weil die Erfahrungshintergründe der Schüler verschieden sind, kann ein bestimmter Kontext nicht für alle Schüler als Folie für die eigenständige mathematische Konstruktionsarbeit dienen. Wer Autos generell ablehnt, arbeitet wahrscheinlich lieber mit einer (mathematisch äquivalenten) Fragenstellung, bei der es um Fahrräder geht – es erfordert keine große Pfiffigkeit, um in ähnlicher Weise auch in diesem Kontext eine Problemaufgabe zu konstruieren, die vergleichbare Merkmale wie das Problem von Herrn Meyer aufweist. Wenn sich zeigen sollte, dass Aufgaben im Kontext Verkehr eher Jungen ansprechen und Mädchen kalt lassen, bedarf es in der reichen Lernumgebung auch einer Problemstellung, die 'typische Mädchenkontexte' anspricht – also Kontexte, in denen sich Mädchen (erfahrungsgemäß) gerne bewegen. Vielleicht brauchen wir auch einen Kontext, der Migranten besonders anspricht – wer hat eine Idee dazu? Und bestimmt gibt es in der Lerngruppe auch Schüler, die eine visuell formulierte Problemstellung, in dessen Zentrum eine Grafik steht, die völlig ohne Kontext, sondern innermathematisch' auftritt, besonders anzieht. Eine weitere Problemformulierung könnte aus einem beruflichen Bereich kommen, in dem professionelles Handeln ja einen sehr sorgsamen Umgang mit Geld besonders nahe legt.

Wenn dieser Linie folgend vielfältige Anwendungsbezüge in problemorientierten Tasks im Zentrum des unterrichtlichen Arbeitens stehen, die alle mit der Auseinandersetzung mit einer mathematischen Figur zu tun haben – ruhig auch auf verschiedenen Schwierigkeitsniveaus, so dass sich leistungsbezogene Binnendifferenzierung bilden kann – so hat das einen großen Vorteil: Es wird der Charakter der Mathematik als universalistische Wissenschaft schon in der Phase des Kompetenzaufbaus deutlich. Alle Aufgaben zielen, orientiert an dem vorab mit der Lerngruppe geklärten Kompetenzziel der Unterrichtseinheit, darauf hin, den oder die mathematisch bedeutsamen Aspekte der Problemstellung herauszuarbeiten.

Erst die gemeinsamen Denkfiguren in verschiedenen kontextuellen Zusammenhängen sind das, was ein Mathematiker als 'gute Mathematisierung' bezeichnet. Zum Mathematiklernen benötigen Schüler also nicht nur 'eine Anwendungsaufgabe', sondern am besten viele, aus denen sie diejenige auswählen, die sie besonders anspricht – etwa so, wie es das gymnasiale Lehrwerk FOKUS präsentiert. Der Blick auf die Gemeinsamkeiten in der Verschiedenheit der kontextgebundenen Probleme führt, verbunden mit einer guten Zielsetzung im Lernprozess, zu selbstgesteuertem Mathematiklernen.

Es ist nicht schlimm, dass die Kontexte auch andere fachliche Lernprozesse anregen. Ganz im Gegenteil: Wenn es der Schule gelingt, die Kontexte des unterrichtlichen Arbeitens nicht nur aus Sicht des Mathematikunterrichts, sondern auch aus denen anderer Fächer zu bestimmen, gelingt der Übergang zu fächerverbindendem Lernen in Gesamtlernsituationen – Herr Meyers Entscheidung, sein Auto abzuschaffen, wird vielleicht von mathematischen Erwägungen nur tangiert. Anteile und Leistung der beteiligten Fächer ist in einem solchen kontextgebundenen fächerverbindenden Unterricht dann die Arbeit an spezifischen Zielsetzungen, die die fachlich gewünschten Kompetenzen in für die Schüler verständlicher Sprache zum Ausdruck bringen.

Wir brauchen im Matheunterricht also nicht mehr 'anwendungsbezogene Mathematikaufgaben'. Wir brauchen wirklichkeitsbezogene Lernkontexte, in denen die Mathematik ihre spezifischen Stärken ausspielen, Beiträge zu Erkenntnisgewinn liefert und die Konstruktion der mathematischen Sicht auf die Dinge Freude macht.

Wenn ich, hoffentlich bald, an einer Schule Lehrer sein werde, die so arbeitet, bin ich an meinem visionären Ziel angekommen. Dann werde ich aufhören, über Fachdidaktik nachzudenken und schulinterne Lehrerfortbildungen mit ganzen Kollegien von im Aufbau befindlichen Gemeinschaftsschulen oder in einem Wandlungsprozess begriffenen Gesamtschulen zu machen – obwohl ich gerade in diesen Schulen, die dabei sind sich selbst umzustrukturieren, sehr erfreuliche Entwicklungen sehe. Dann werde ich wieder 'einfach unterrichten' und dabei mit meinen Kollegen bei der Gestaltung eines fächerübergreifenden Unterrichts kooperieren. Darauf freue ich mich schon sehr!

Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichts

Diskussionsgrundlage zur Beschlussfassung in der Mitgliederversammlung

"**Warum** sollen wir das lernen?" – diese Frage muss der Mathematikunterricht den Schüler/innen beantworten können. Der Hinweis auf die vorgegebene Mathematikstruktur, auf die nächste Stunde, die nächste Klassenarbeit, das Abitur, das Studium genügt dazu nicht. Kinder und Jugendliche haben ein Recht zu erfahren, warum sie etwas lernen sollen. Sie haben einen Anspruch darauf, die Bedeutung der angebotenen Themen einsehen zu können. Gegen eine Orientierung an der Fachsystematik der Mathematik und auch gegen eine verselbstständigten Kompetenzorientierung setzt die MUED eine **Handlungsorientierung in emanzipatorischer Absicht:** Jeder Unterricht soll Schüler/innen unterstützen und anregen, Fähigkeiten und Fertigkeiten zu entwickeln, die ein begründetes, selbstbestimmtes Handeln in sozialer Verantwortung ermöglichen. So soll auch der Mathematikunterricht Orientierungen für Entscheidungen und Handlungen bereitstellen, sowohl für die Entwicklung und Veränderung privater Lebenssituationen als auch für die Entwicklung und Veränderung gesellschaftlicher Praxis. Für einen Mathematikunterricht, der in diesem Sinne handlungsorientierend ist, sind Fragen konstitutiv wie: "Wo ist Mathematik hilfreich, um Gesellschaft und Umwelt verstehen und sinnvoll gestalten zu können?", "Wo ist Mathematik dienlich, um Kompetenz zu erlangen und selbstbestimmt handeln zu können?". Die Forderung nach Handlungsorientierung hat Konsequenzen für Inhalte, Methoden und Umgangsformen.

Schüler/innenorientierung: Die Schüler/innen sollen nicht Objekte von Belehrung sein, sondern der Unterricht soll auf ihre Interessen eingehen, an ihren Erfahrungshorizont anknüpfen und ihre Bedürfnisse ernst nehmen. Dies ist durchaus widersprüchlich. Ausgangspunkt sind die Vorurteile und Augenblicksbedürfnisse, ansonsten bleibt der Unterricht den Schüler/innen entfremdet. Werden zum anderen jedoch nicht auch weiterreichende Interessen der Lernenden in den Blick genommen, läuft der Unterricht Gefahr, keine Orientierung zu geben.

Anwendungsorientierung: Der Unterricht soll für Schüler/innen einsehbar **relevante** Problemstellungen beinhalten im Unterschied zu einer Problemorientierung, die ihren Horizont mathematisch begrenzt. Schlüsselprobleme sind z. B. Umwelt und Klima, nachhaltige Entwicklung, Rollenfixierungen, Verkehr. Dazu gibt es viele brauchbare Mathematikunterrichts-Materialien. Neben der Konfrontation mit problembehafteten Situationen umfasst Handlungsorientierung durchaus auch die Auseinandersetzung mit Themen, die auf Genuss, Ästhetik, intellektuelle Herausforderung, … zielen. Hierher passen in einigen Fällen auch die Faszination innermathematischer Fragestellungen und beeindruckende Beispiele aus der Mathematikgeschichte. Aber nicht Strukturen des mathematischen Turmbaus stehen im Vordergrund, sondern mathematische Modellierungen der Wirklichkeit; weder "eingekleidete" Aufgaben am Ende einer Unterrichtseinheit noch billige Motivationen für den Unterricht. Sich mit realitätsnahen Anwendungszusammenhängen auseinander zu setzen ist unerlässlich, um die gesellschaftliche Bedeutung der bearbeiteten Verfahren einschätzen zu können. Mathematik wird u. a. auch benutzt für die lebensbedrohende Planung von Kriegen, für (gewollt oder durch Überquantifizierung) verfälschende Analysen, für überflüssige Modellbildungen, für die Sicherung von Herrschaftswissen und Herrschaft. Das sollte in diesen Funktionen auch Thema im Mathematikunterricht sein. Bei der Verwendung von Mathematik im gesellschaftlichen Kontext werden Modelle gebildet. Erst Ein- und Ausgrenzungen führen zu einer Frage, die mit mathematischen Mitteln bearbeitet werden kann. Schüler/innen sollen lernen, diese Schritte und ihre Bedeutung bewusst zu halten, um die

Antworten, die die Mathematik liefert, auf die Ausgangssituation und die verfolgte Zwecksetzung angemessen zurückzubeziehen.

Exemplarisches Prinzip: Die Komplexität unserer Welt, die Fülle der Fragen kann nur an ausgesuchten, sinnfälligen Beispielen aufgegriffen werden. Probleme sind zu suchen, die repräsentativ sind für viele andere, ein Herangehen, das tauglich ist für viele weitere Situationen. Der Drang nach Vollständigkeit erdrückt Lernfreude und versperrt den Blick auf das Wesentliche. Das gilt auch für den (zu) umfangreichen Mathematikkanon.

Projektorientierung: Realistische Fragestellungen können mit einer einzelnen Wissenschaft selten angemessen bearbeitet werden. Ganzheitliche Problemerfassung erfordert fächerübergreifende Sichtweisen. Eine Möglichkeit ist die Projektorientierung. Dazu gehört u. a.: die Umwelt und gesellschaftliches Handeln einbeziehen, Auswahlentscheidungen mittragen, Lernwege und Umgangsweisen mitgestalten, Erfahrungen vor Ort sammeln, auf Produkte als Lernergebnisse und deren (öffentliche) Präsentation hinarbeiten.

Entdeckendes Lernen: Lernen ist ein von den Lernenden aktiv gestalteter Prozess. Schüler/innen sollen im Unterricht Situationen erleben, die sie reizen, selbsttätig nach Problemlösungen zu suchen und dabei deren Prozesscharakter zu erfahren. Wenn Schüler/innen lernen, im Problementwicklungsprozess mit wachsendem Selbstbewusstsein mitzuwirken, können solche Verhaltensweisen gefördert werden, die auf Autonomie und soziale Verantwortung zielen. Besonderer Aufmerksamkeit bedarf die Einführung neuer Begriffe und Verfahren. Hier muss die Notwendigkeit für die Erweiterung der Kenntnisse deutlich werden, etwa dadurch, dass sich vorhandene Mittel als unzulänglich erweisen. Probieren, Umwege und Irrwege sind für den individuellen Aneigungsprozess oft wichtiger als "glatte" Lösungen. Der Vergleich, die Beurteilung verschiedener oder auf unterschiedlichen Wegen gewonnener Ergebnisse, der zweite und dritte Anlauf gehören ebenso dazu. Die Zeit, die solch "entdeckendes" Lernen braucht, darf nicht gescheut werden. Sie ist vielmehr eine notwendige Investition in zunehmend nachhaltige Lernprozesse. Die Beschäftigung mit komplexen Sachzusammenhängen und das Nebeneinander verschiedenartiger Vorgehensweisen geht einher mit Maßnahmen zur inneren Differenzierung, die z. B. unterschiedlichen Lernvoraussetzungen, Lerngeschwindigkeiten, Lernwegen, Neigungen und Interessen Raum geben. Die Förderung der Selbsttätigkeit von Lernenden verlangt von Lehrenden sich aus der gewohnten Rolle der Lenkenden und Bestimmenden zu entfernen. Die Ermunterung an Schüler/innen, eigene Erfahrungen, Phantasien, Fragen, Konflikte, Wünsche und den selbstständig konstruierten Zusammenhang zwischen Alltagsvorwissen und begründeter Erkenntnis in den Unterricht einzubringen, impliziert als erstes, unvorhergesehene Situationen in Kauf zu nehmen. Von Schüler/innen wird verlangt, damit umgehen zu lernen, dass es die richtige Lösung oder Meinung oft nicht gibt und dass man mit dem eigenen Weg auch scheitern kann.

Soziales Lernen: Besonders in Partner- und Gruppenarbeitsphasen haben Schüler/innen Gelegenheit, ihre Erfahrungen, Lösungsideen und Denkwege auszutauschen und zu hinterfragen, indem sie diese anderen vermitteln. Sie müssen andere zu verstehen suchen und Arbeitsetappen gemeinschaftlich absprechen. Rücksichtnahme, gegenseitige Hilfe, die Fähigkeit, Konflikte auszutragen – Umgangsweisen im Unterricht, die die emanzipatorische Absicht umreißen. Derartige Achtsamkeit miteinander und mit den Inhalten des Unterrichts soll zum Zentrum der Unterrichtskultur (gemacht) werden.

Einladung zur Mitgliederversammlung

Mathematik-Unterrichtseinheiten-Datei e. V.

Ort: Tagungsstätte Reinhardwaldschule,
Rothwestener Str. 2 - 14, 34233 Fuldatal

Zeit: Freitag, 18. November 2011, 20.00 Uhr

Tagesordnung

1. Bestimmung der Protokollführung
2. Rechenschaftsbericht
3. Bericht der Kassenprüferinnen
4. Entlastung des Vorstandes
5. Bestimmung der Wahlleitung
6. Vorstandswahlen
7. Nachwahlen der Kassenprüfer/Innen
8. Arbeitstagung
9. Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichts
9. Verschiedenes

Appelhülsen, 16. August 2011

Irmgard Edelt

… die letzte Seite