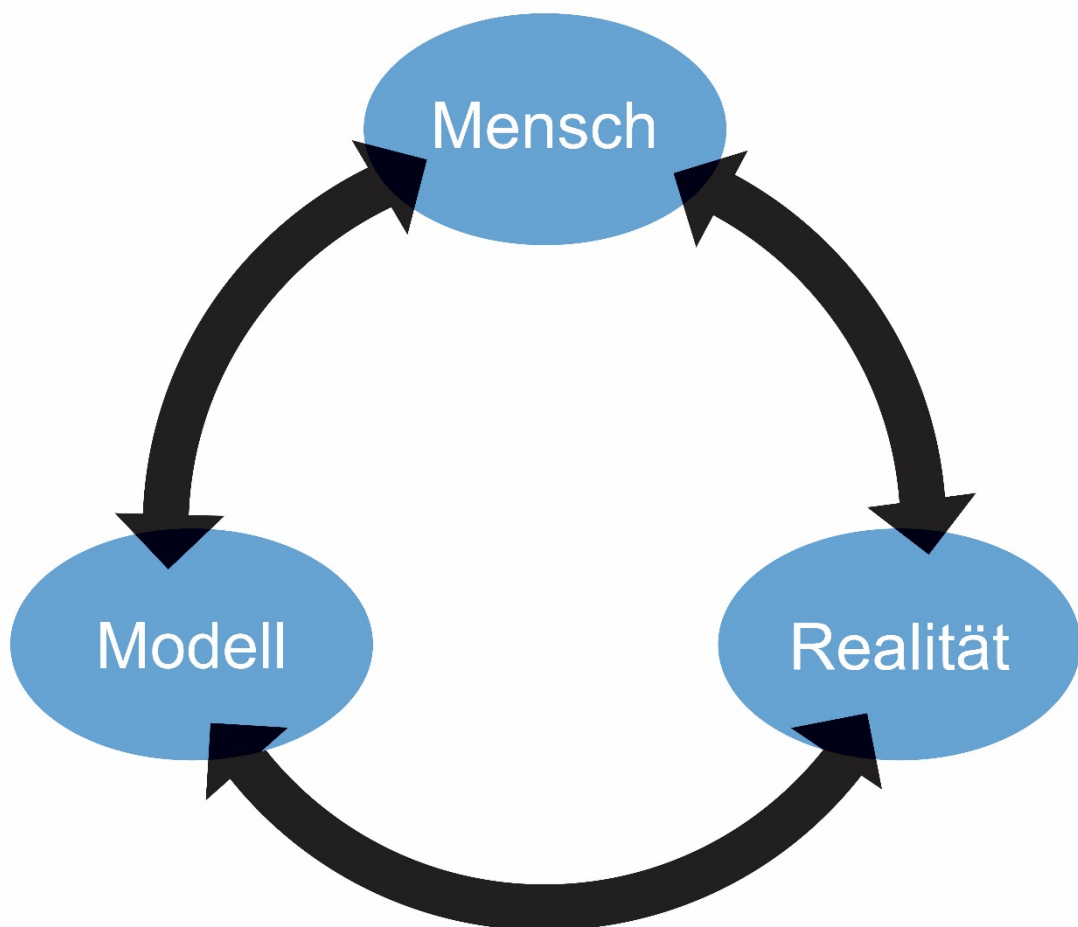


Rundbrief 199

2/2016



Modellieren lernen und lehren



Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----|
| Vorwort | 3 |
| Einstiegbeispiel zum Nachdenken: Wie nah an der Realität wollen wir unterrichten? | 4 |
| Drei Vorschläge für kleinere Projekte im Unterricht | 8 |
| Wie modellieren Profis? Und was nützt uns das für den Mathematikunterricht? | 22 |
| Abschließende Anmerkungen zum Modellieren | 28 |

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 800 Exemplaren.

MUED e.V., Bahnhofstr.72, 48301 Appelhülsen
Tel. 02509/606, Fax 02509/996516
e-mail: mued.ev@mued.de, <http://www.mued.de>

Redaktion dieses Rundbriefs: Jürgen Maaß
Redaktion des nächsten Rundbriefs: noch offen

Vorwort

Liebe Leserin, lieber Leser!

Nach längerer Zeit gibt es wieder einmal einen Rundbrief von mir aus Österreich, diesmal mit einem besonderen Themenschwerpunkt: **Modellieren im realitätsbezogenen Mathematikunterricht.**

Weshalb wurde dieser Themenschwerpunkt für einen MUED Rundbrief gewählt? Eigentlich beantwortet sich die Frage doch von selbst, dachte ich mir zunächst, weil MUEDer Mathematikunterricht doch genau für das Bemühen steht, realitätsbezogene Beispiele im Unterricht zu thematisieren und das Modellieren ganz selbstverständlicher Bestandteil eines solchen Unterrichts ist. Beim zweiten Nachdenken ist mir eingefallen, dass die MUED aus sehr vielen unterschiedlichen Menschen besteht, die mit unterschiedlichen Erfahrungen und Erwartungen dabei sind. Deshalb habe ich versucht, mit einer Mischung aus Beispielen für Unterricht und Texten zum Nachdenken über Modellieren dieser Unterschiedlichkeit gerecht zu werden – soweit es geht.

Hintergrund für die Texte im Rundbrief ist ein Buch von mir, das als .pdf file für MUEDe kostenlos auf www.mued.de erhältlich ist – und als Buch im Buchhandel: J. Maaß: Modellieren in der Schule. Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts, Reihe "Schriften zum Modellieren und zum Anwenden von Mathematik", WTM Verlag Münster 2015.

Ich wünsche viel Freude beim Lesen und viel Erfolg beim Unterrichten!

Jürgen Maaß

Einstiegbeispiel zum Nachdenken: Wie nah an der Realität wollen wir unterrichten?

Als Startbeispiel nehme ich eine typische Schulbuchaufgabe: *Heinrich möchte ein Buch kaufen, das 14,90 Euro kostet. Er hat 20 Euro. Wie viel Geld bleibt ihm?*

Was passiert damit? Die Schülerinnen und Schüler, die richtig rechnen, werden als Antwortsatz schreiben: Heinrich behält 5,10 Euro und diesen Satz doppelt unterstreichen. Fertig.

Ich schlage vor, die Aufgabe wie folgt zu stellen: *Heinrich hat zum Geburtstag ein Buch von Astrid Lindgren geschenkt bekommen: "Karlsson vom Dach", das er gern gelesen hat. Nun hat er im Internet ein weiteres Buch von Astrid Lindgren entdeckt: "Geschichten aus Bullerbü". Die Geschichten kosten im Buchhandel 14,90 Euro. Heinrich hat noch die 20 Euro, die ihm sein Onkeln zum Geburtstag geschenkt hat. Was soll Heinrich tun? Besprecht in Kleingruppen, welchen Rat ihr Heinrich geben wollt!*

Offenbar ist dieser Text länger – er erfordert eine höhere Lesekompetenz und kostet mehr Unterrichtszeit. Sind das schon hinreichende Gründe, um den Vorschlag abzulehnen? Was meinen Sie dazu?

Ich skizziere einige Argumente für die längere Version und lade zur Diskussion darüber ein:

Motivation: Durch die kleine Geschichte und die konkreten Angaben zum Buch erhöht sich die Chance, das die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe als eine für sie relevante, aus ihrer Alltagserfahrung gut nachvollziehbare Frage einschätzen und mit mehr Motivation von innen zu beantworten suchen. Durch die vorgeschlagene Methode Gruppenarbeit können alle ihre Ideen überlegen und einbringen.

Realitätsnähe: Mit dieser Formulierung ist offener, was die Schülerinnen und Schüler als Empfehlung für Heinrich aussprechen. Die Rechnung, nach der er 5,10 Euro behält, wenn er das Buch kauft, ist eher Nebensache, nur eine mögliche Lösung von vielen. Andere Lösungen könnten sein: Er soll sich das Buch leihen, von einem Freund oder aus der Bibliothek. Oder er soll schauen, ob es das Buch irgendwo gebraucht zu kaufen gibt. Oder er soll das Buch auf seine Wunschliste zu Weihnachten schreiben. Weitere Ideen und Möglichkeiten lassen sich sicherlich noch finden.

Offensichtlich rückt die Rechnung vom Zentrum eher an den Rand. Die Frage, wie viel Geld Heinrich übrigbehält, wenn er das Buch kauft, ist eine von mehreren. Eventuell kann das Ergebnis dieser Berechnung dazu beitragen, nach anderen Lösungen zu suchen, die nicht so teuer sind. Das ist ausgesprochen realitätsnah. Aber es ist nicht üblich, für solche Betrachtungen im Mathematikunterricht Zeit aufzuwenden. In der Zeit, in der nach anderen Möglichkeiten gesucht wird, das gewünschte Buch lesen zu können, ist ja nicht Mathematikunterricht im üblichen Verständnis, sondern eher Lebenskunde. Diese Zeit geht für weitere Übungsaufgaben zum selben Stoff (Subtraktion) verloren.

Sinn: Das ist der zentrale Punkt der Diskussion (auch in der Mathematikdidaktik insgesamt): Was ist im Mathematikunterricht wirklich wichtig? Mir scheint, dass es sehr genau im Sinne der staatlich gesetzten Ziele für den Mathematikunterricht ist, wenn die Schülerinnen und Schüler aus der Überlegung, welchen guten Rat sie Heinrich geben sollen, für sich selbst die gesammelten Ratschläge samt der Abwägung der Qualität dieser Ratschläge in der Schulklasse nutzen und sich merken, wie sie ein Buch erhalten können, das sie lesen wollen.

Zu viel Stoff – zu wenig Nachhaltigkeit: Wer im Rahmen von Lehrerbildung oder Lehrerfortbildung sowie in fachdidaktischen Diskussionen den Vorschlag vertritt, den Mathematikunterricht phasenweise auch realitätsbezogen zu gestalten und in diesem Zusammenhang mathematische Modellierung zu lehren, kennt den typischen Einwand: Hier wird etwas zusätzlich verlangt, das angesichts der bereits vorhandenen übergroßen Stofffülle nicht mehr leistbar ist. Ganz zu Recht kann gegen diesen Einwand auf Forschungen zum Themenbereich "Erwachsene und Mathematik" (vgl. <http://www.alm-online.net/>) verwiesen werden, die in vielen Ländern gezeigt hat, dass bei Erwachsenen vom Mathematikunterricht oft hauptsächlich eine negative Erinnerung und ganz wenig von all dem gelehrteten Stoff übrig bleibt, weil – so die häufige Antwort von Erwachsenen auf die Frage nach ihrem Mathematikunterricht – sie nie den Sinn des Ganzen gesehen haben.

Hier will ich ein anderes Gegenargument einführen. Modellieren ist für die Schülerinnen und Schüler nichts Neues, was zusätzlich erlernt werden muss, sondern alltäglicher Weg zur Erkenntnis. Neu für Schülerinnen und Schüler und offenbar auch für Mathematiklehrerinnen und -lehrer ist die Einsicht, dass mathematisches Modellieren die Qualität der verwendeten Modelle, ihre Präzision und Aussagekraft, verbessern kann. Wenn es gelingt, diese Qualität von Mathematik im Unterricht erlebbar zu machen, stellt sich die Sinnfrage deutlich weniger. Wenn für die Schülerinnen und Schüler und ihre Eltern zum Elternsprechtag Kuchen gebacken werden soll und die Menge und Zusammensetzung der benötigten Zutaten richtig

vorausberechnet, ist dies ein kleines Beispiel. Ähnliche Beispiele, wie etwa das Ausmalen eines Raumes und der Einkauf der richtigen Menge Farbe, die Planung für die Einrichtung des eigenen Zimmers oder für die Aufstellung von Ständen in der Aula der Schule beim Schulfest können auch ohne bewussten Einsatz von Mathematik gelingen, aber mit viel besser. Wenn zudem Beispiele aus der professionellen Anwendung von Mathematik in der Industrie, der naturwissenschaftlichen Forschung oder in der Medizintechnik etc. thematisiert werden, ist der wesentliche Nutzen mathematischer Modellierung ganz offensichtlich.

Lesekompetenz: Nachdem ich die Debatten dazu einige Zeit verfolgt habe glaube auch ich, dass es nicht nur eine große einheitliche Lesekompetenz für alle Arten von Texten gibt, sondern durchaus spezifische Lesekompetenzen für unterschiedliche Arten von Texten. Zum kompetenten Lesen von fachspezifischen Texten braucht es einen entsprechenden fachlichen Hintergrund. Auch wer ohne Probleme mit den Fremdwörtern und Fachbegriffen einen Text zum Steuerrecht, zur Synthese von bestimmten organischen Verbindungen aus Erdöl, zur Diagnose von Lebererkrankungen oder zu anderen Möglichkeiten eines Beweises des Vierfarbensatzes liest, kann solch einen Text in der Regel ohne einschlägige Fachkenntnisse nicht verstehen. Ganz andere Hintergrundkenntnisse sind verlangt, wenn ein Text über Trainingsmethoden im Radsport, die literarische Qualität eines neuen Theaterstückes oder über Lebensumstände von Piraten vor Somalias Küsten verstanden werden soll.

Ich gehe davon aus, dass kein anderes Unterrichtsfach außer dem Mathematikunterricht selbst bereit und in der Lage ist, eine *mathematikspezifische* Lesekompetenz zu vermitteln. Selbstverständlich tragen der Deutschunterricht und in gewissem Umfang auch der Unterricht in naturwissenschaftlichen und technischen Fächern zur mathematikspezifischen Lesekompetenz bei, letztendlich muss diese Kompetenz aber im Mathematikunterricht selbst erworben werden. Solch eine Kompetenz kann hauptsächlich durch die tatsächliche Auseinandersetzung mit mathematischen Texten im Mathematikunterricht erworben werden. Solche mathematischen Texte sind etwa Tarifynformationen oder Werbungen für Geldanlagen und Kredite von Banken.

Überfordern wir damit nicht die unvorbereiteten Schülerinnen und Schüler? Ja! Wer das erste Mal und unvorbereitet einen Kreditvertrag, einen Versicherungsvertrag, eine Broschüre mit Tarifen für Strom oder Telefon liest, ist leicht und schnell überfordert. Wer nicht darauf vorbereitet wurde, im realen Leben nach der Schule über Geld verfügen zu können und über eine sinnvolle Verwendung von Geld entscheiden zu müssen, muss einer Beratung oder einer Werbung vertrauen oder selbstständig und anders Mathematik neu lernen.

Die richtige Konsequenz daraus kann aus meiner Sicht nur sein, frühzeitig und in aufbauenden kleinen Schritten damit zu beginnen, die Realität in Form von mathemathhaltigen Texten in den Mathematikunterricht hinein zu holen. Hier kann gemeinsam gelernt und geübt werden, die gesuchten Informationen zu finden und die im Text enthaltenen Angaben mathematisch zu analysieren, um daraus Argumente für Entscheidungen zu formulieren.

Falls Sie mir zustimmen, werden Sie – hoffentlich! – das nächste Mal eine typische Schulbuchaufgabe zur Zinsrechnung (es soll ausgerechnet werden, wie viel Geld jemand haben wird, der z. B. 100 000 Euro für 10 Jahre mit einem festen Zinssatz anlegt) etwa so zu formulieren: *Silvia erhält zum 14. Geburtstag von ihrer Tante 5000 Euro geschenkt, die sie für 5 Jahre fest anlegen soll, damit sie zum 19. Geburtstag über möglichst viel Geld verfügen kann. Was soll Silvia mit dem Geld machen? Geht zu verschiedenen Banken und schaut im Internet (bei Onlinebanken) nach. Besprecht die Angebote, die ihr gefunden habt, in Kleingruppen und präsentiert einen Vorschlag. In der Präsentation muss mitgeteilt werden, wie viel Geld Silvia nach 5 Jahren tatsächlich besitzen wird und welche Risiken und Ungewissheiten mit dieser Anlage verbunden sind. Tragt bitte die Angaben der Bank zu Zinsen, Gebühren und Auszahlungen in eine Tabelle und überprüft, ob die Angaben stimmen (das geht gut mit einer Tabellenkalkulation!) Aufgrund der Präsentationen und der anschließenden Beratung wird ein Vorschlag ausgewählt. Die Gruppe, die diesen Vorschlag gemacht hat, erhält einen Preis!*

Drei Vorschläge für kleinere Projekte im Unterricht

Mäuse im Getreidespeicher

Die Idee zum folgenden Beispiel verdanke ich dem leider früh verstorbenen Kollegen Günther Ossimitz (vgl. insbesondere: G. Ossimitz: Entwicklung systemischen Denkens. Theoretische Konzepte und empirische Untersuchungen, Profil Verlag, München 2000). Im systemdynamischen Rahmen gelingen schon in der Sek I Modellierungen, die "eigentlich" Mathematik aus der Sek II oder dem Studium voraussetzen, also z.B. Räuber – Beute - Modelle ohne Differentialgleichungen. Neugierig geworden?

Überblick: Mäuse in einem Getreidespeicher sind ein schönes Beispiel für ein dynamisches System, an dem Modellieren geübt und etwas über dynamische ökologische System gelernt werden kann. Zunächst vermehren sich die Mäuse exponentiell. Dann geht das Wachstum nicht – wie Sie vielleicht vermuten würden – in ein logistisches Wachstum über, sondern es mündet in einer Katastrophe. Die Mäuse erleben eine zu hohe Anzahl im selben Raum (eben dem Getreidespeicher) als so bedrohlich, dass sie sich nicht mehr fortpflanzen und sich gegenseitig töten. Erst wenn die Anzahl dramatisch gesunken ist, verhalten sie sich wieder normal und vermehren sich auch wieder.

Frage: Wie würden Sie aus dieser Information eine Aufgabe stellen? Darf ich Sie bitten, einige Notizen zu machen, damit Sie Ihren Weg mit meinem Vorschlag vergleichen können?

Ausführung: Ich setze die biologische Information in eine kleine Geschichte um:

Bauer Max Huber erzählt über den ärgerlichen Verlust von Getreide durch Mäuse. Ab und zu hat er scheinbar gar keine Mäuse im Getreidespeicher, ab und zu ganz viele Mäuse und manchmal wundert er sich über viele tote Mäuse. Wenn er sich besonders ärgert, kauft er Gift, das aber nie alle Mäuse tötet, sondern maximal etwa 50 pro Gifteinsatz. Zum Schluss fragt er: Gibt es einen optimalen Zeitpunkt für den Einsatz von Gift?

Seine Schwester ist Biologielehrerin. Sie erinnert sich vage, dass Mäuse sich um etwa 10 Prozent monatlich vermehren, wenn sie genug Nahrung und Freiraum haben. Zudem weiß sie, weshalb es ab und zu ganz viele tote Mäuse gibt: Die Mäuse erleben eine zu hohe Anzahl im selben Raum (eben dem Getreidespeicher) als so bedrohlich, dass sie sich nicht mehr fortpflanzen und sich gegenseitig töten. Erst wenn die Anzahl auf etwa 5

Prozent gesunken ist, verhalten sie sich wieder normal und vermehren sich auch wieder.

Aufgabe: Erstellen Sie ein mathematisches Modell, das die Anzahl der Mäuse beschreibt. Nehmen Sie als Ausgangswert fürs erste Modell 100 Mäuse und als Wert für das Einsetzen der Katastrophe den 10fachen Wert des Ausgangswertes. Können Sie aus dem Modell ablesen, wann der Bauer sein Gift streuen soll?

Zwischenfrage: Denken Sie hier an ein System von Differentialgleichungen? Dann sind Sie vielleicht geneigt zu denken "Viel zu schwer!" In diesem Fall habe ich eine Überraschung für Sie: Es geht schon in der Sek I – mit einer Tabellenkalkulation.

Ich trage die gegebenen Informationen zusammen und erstelle ein Modell in einer Tabellenkalkulation.

Startzahl: 100 Mäuse

Normales Wachstum: 10% Vermehrung pro Monat

Kritische Grenze: Das 10fache der Startzahl

Anzahl nach der Krise: 5% der Anzahl vor der Krise

Einmal Gift tötet maximal 50 Mäuse

Ich habe eine Tabelle erstellt:

| Monat | Anzahl |
|-------|--------|
| 0 | 100,00 |
| 1 | 110,00 |
| 2 | 121,00 |
| ... | |

Nach 25 Monaten sind es mehr als 1000 Mäuse. Deshalb haben wir an dieser Stelle die 5 % ausrechnen lassen:

| | |
|----|---------|
| 25 | 1083,47 |
| 26 | 54,17 |
| 27 | 59,59 |

Dann geht es mit 10prozentigem Wachstum weiter, bis wieder mehr als 1000 Mäuse erreicht sind:

| | |
|----|---------|
| 56 | 945,30 |
| 57 | 1039,83 |
| 58 | 51,99 |
| 59 | 57,19 |

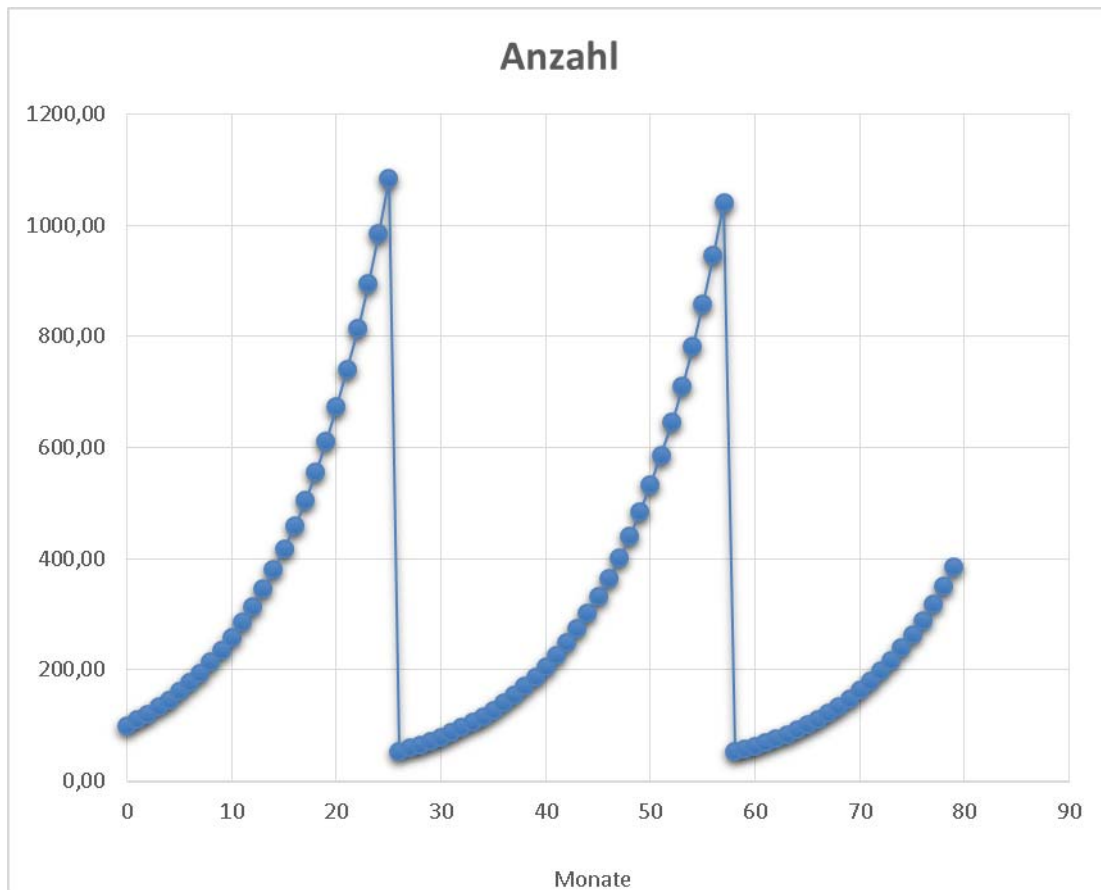


Abbildung 1: Mäusepopulation

Damit ist grafisch dargestellt, wie viele Mäuse sich in etwa zu einem bestimmten Zeitpunkt im Getreidespeicher befinden. Selbstverständlich ist es sinnvoll, diese Grafik genauer anzuschauen und zu interpretieren.

Was fällt Ihnen auf?

Ich weise zunächst auf den periodischen Charakter der Anzahl hin. Immer dann, wenn der Wert die Zahl 1000 überschreitet, rafft die Krise 95% der Mäuse dahin. Dann beginnt wieder exponentielles Wachstum.

Damit stellt die Grafik dar, was eingangs verbal beschrieben wurde.

Wichtig scheint mir, an dieser Stelle in der Schulklasse auf Genauigkeitsfragen einzugehen. Mit dem Verzicht auf die Werkzeuge der Analysis verzichte ich auf die Möglichkeit, die Mäuseanzahl für einen beliebigen Zeitpunkt mit beliebiger Genauigkeit angeben zu können. Der Verzicht bedrückt mich aber nicht, weil ich ohnehin nur in etwa wissen kann, wie viele Mäuse zu einem bestimmten Zeitpunkt leben. Wenn ich nach Unterschieden in der Anzahl bei Zeitabständen von einer Sekunde oder weniger frage, kommen irgendwelche Bruchteile von Mäusen heraus. Um die gesuchte Antwort nach dem optimalen Gifteinsatz zu finden, reichen die monatlichen Zeitintervalle aus. Glauben Sie (bzw. Ihre Schülerinnen und Schüler) das nicht? Dann machen Sie doch einfach folgendes Experiment in der Tabelle:

Ziehen Sie zu einem beliebigen Zeitpunkt die vergifteten Mäuse ab. Wie ändert sich die Grafik?

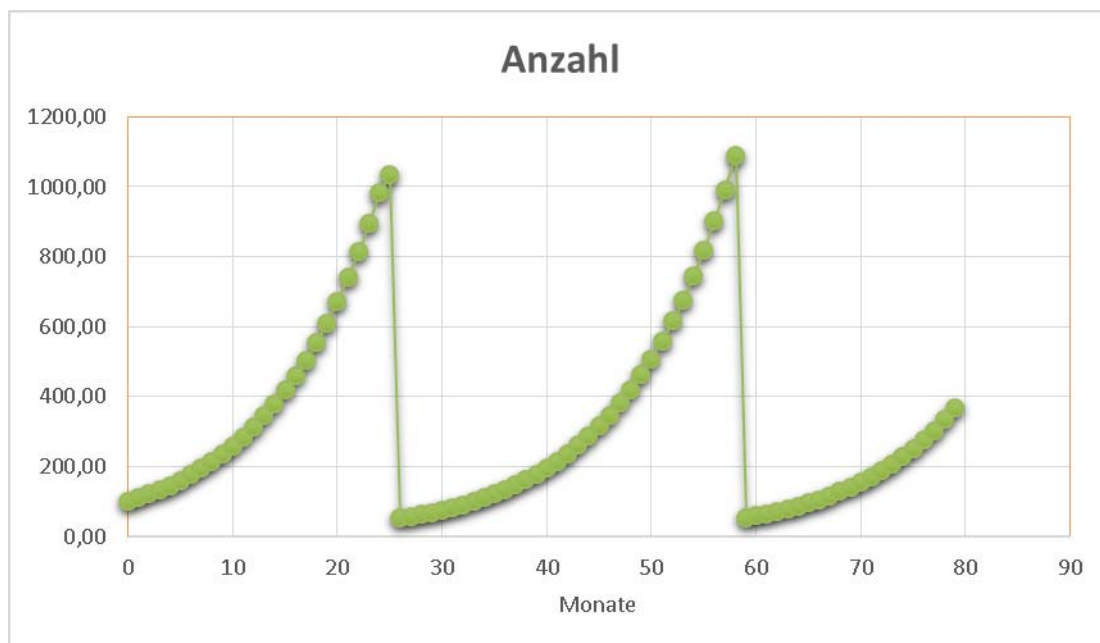


Abbildung 2: Mäusepopulation mit Gift (1)

Hier habe ich Gift gleich am ersten Tag gestreut. Bis zur ersten Krise dauert es 7 Monate länger.

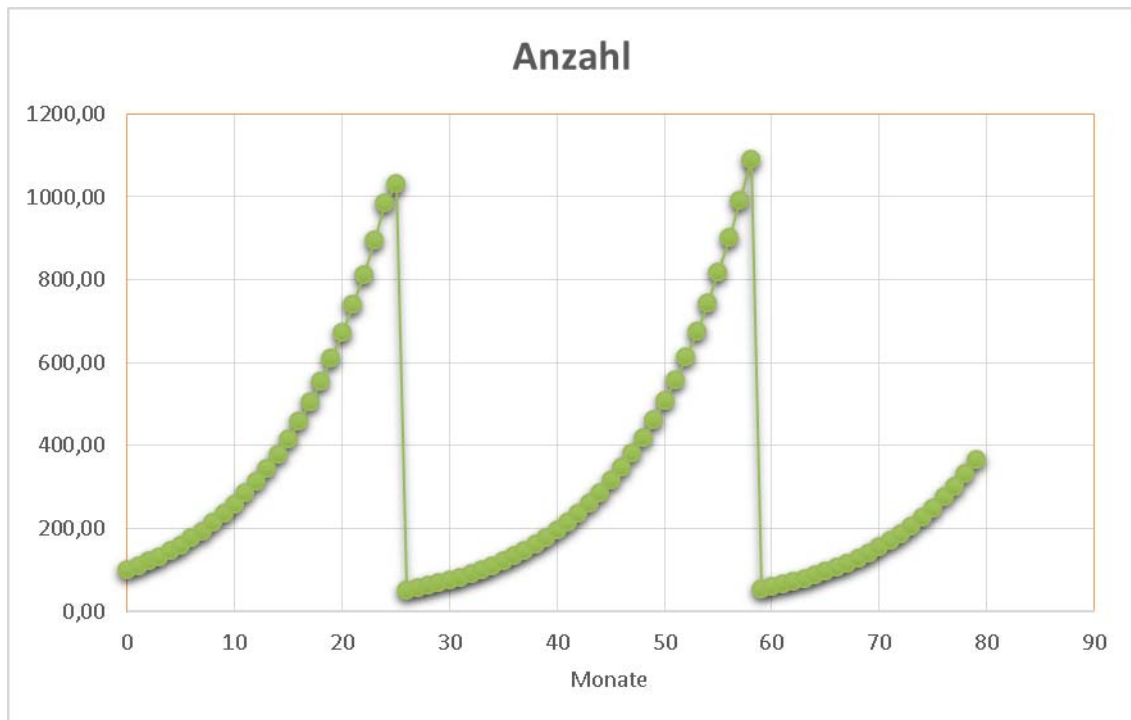


Abbildung 3: Mäusepopulation mit Gift (2)

Hier habe ich am 15. Tag Gift gestreut. Bis zur ersten Krise dauert es einen Monat länger.

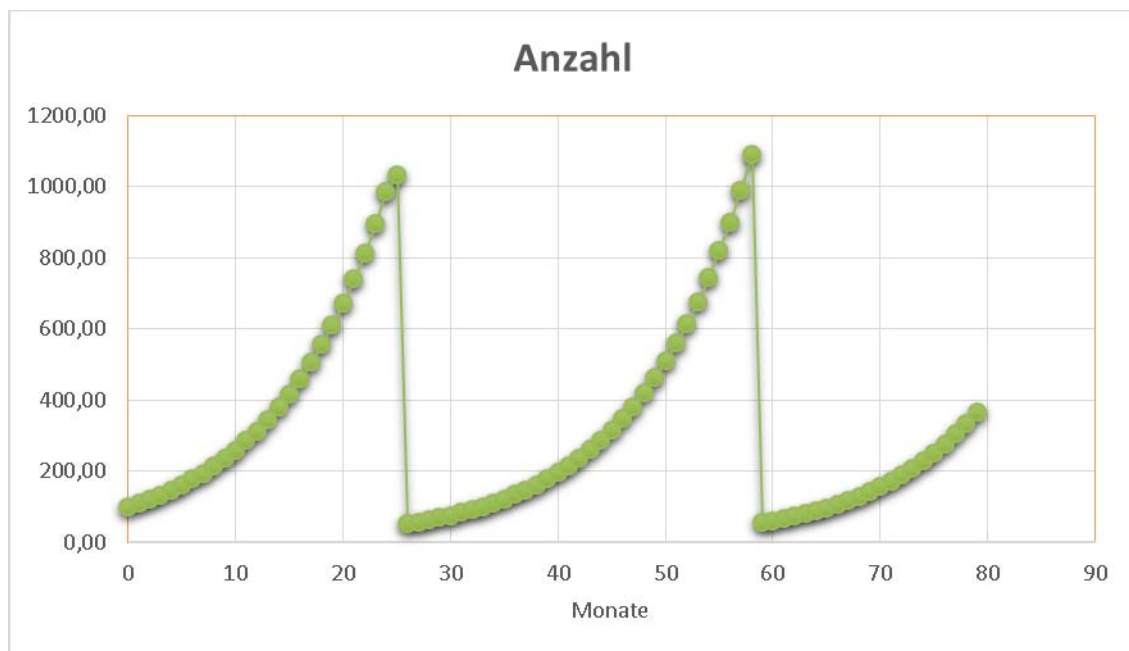


Abbildung 4: Mäusepopulation mit Gift (3)

Im dritten Fall habe ich am 25. Tag Gift gestreut – es hat fast keine Auswirkungen, weil ohnehin bald danach das Massensterben einsetzt.

Fasse ich das Ergebnis zusammen, so rate ich dem Bauern, dann Gift zu streuen, wenn er ganz viele tote Mäuse sieht. Da das Gift nicht mit Garantie genau 50 Mäuse tötet und Mäuse von außen zuwandern können, kann er jedoch nie hoffen, einen Getreidespeicher ohne Mäuse zu haben.

Kommentar: Ganz offensichtlich ist das Beispiel ausbaufähig. Ein nahe liegender Schritt ist die Variation der konkreten Ausgangswerte. Wer etwa mit 60 Mäusen, 8 % Wachstumsrate und 500 % der Ausgangszahl als kritischer Grenze (oder anderen Zahlen) rechnet, wird aber letztlich zur selben Interpretation kommen.

Mathematisch etwas interessanter ist die Einführung von Katzen ins Modell. Was passiert, wenn die vielen Mäuse zu einer vermehrten Anzahl von Katzen, wobei – als erste Modellannahme – jede Katze jeden Tag eine Maus frisst und wohlgenährte Katzen sich um (sagen wir) 3 % monatlich vermehren? Mit den Katzen ist das Tor zu Räuber – Beute – Modellen geöffnet. Ich folge auch hier den Vorschlägen von G. Ossimitz und rate, bei der Thematisierung auf Differentialgleichungen zu verzichten und mit Tabellenkalkulation und fixen Zeitabständen zu arbeiten.

Robotersteuerung

Überblick: Ein Roboter, gespielt von einer Schülerin oder einem Schüler, soll mithilfe eines vorher überlegten Programms möglichst genau zu einem Ziel im Klassenraum oder in der Schule gesteuert werden. Dazu braucht man eine Befehlssprache (besonders gut mit Koordinaten). Der Kern des Problems ist die Genauigkeit: Wie lässt sich die Schrittweite so messen und normieren, dass der Roboter tatsächlich genau am Ziel ankommt? Die exakte Robotersteuerung ist ein übrigens ein in der Realität sehr wichtiges Problem, dass bei jedem Industrieroboter (bekanntester alltäglicher Einsatzbereich ist hier wohl der Rasenmäher- bzw. Staubsaugerroboter) auftritt und gelöst werden muss. (vgl.: https://prof.beuth-hochschule.de/fileadmin/user/linnemann/PDF-Dateien/Robotertechnik/Roboter_Technik_Vorlesung_Teil_04.pdf)

Frage: Wie würden Sie aus dieser Information eine Aufgabe stellen? Darf ich Sie bitten, einige Notizen zu machen, damit Sie Ihren Weg mit unserem Vorschlag vergleichen können?

Ausführung: In diesem Beispiel habe ich den Vorschlag methodisch etwas genauer formuliert, damit deutlich wird, wie die zwei verschiedenen Lehrziele (Koordinaten, Genauigkeit) erreicht werden können.

Als Einstieg eignet sich vielleicht ein Video am besten, in dem zu sehen ist, wie ein Roboter gesteuert wird. Daran wird die Frage geknüpft, wie ein Roboter gesteuert wird. Irgendwie muss ihm mitgeteilt werden, welches Ziel er wie erreichen soll, wenn er von Punkt A nach Punkt B gelangen soll. Ein durchgängiges Problem bei allen Roboterbewegungen ist die exakte Steuerung: Schweißpunkte müssen an der richtigen Stelle gesetzt werden, Teile zum Montieren an die richtige Stelle bewegt werden, damit sie geschweißt oder angeschraubt werden können, Farbe muss an die richtige Stelle, Autozubehör ebenfalls etc. Um eine einfache Steuerung zu simulieren, spielt jeweils eine Schülerin oder ein Schüler einen Roboter.

Die Lehrkraft lädt dazu ein, sich zunächst an der Tafel gemeinsam ein kleines Beispiel für die Problematik anzuschauen. Ein sehr einfacher Roboter kann sich nur in zwei Richtungen bewegen, vorwärts und rückwärts oder rechts und links (jeweils parallel zu einer Kante der Tafel, nicht einfach "schräg" und direkt von Punkt zu Punkt auf der Tafel).

Wenn wir nun wollen, dass der Roboter sich an der Tafel von einem Punkt zu einem anderen bewegt, müssen wir ihm genau sagen, was er tun soll. Dazu wird zunächst die Lage des Ausgangspunktes bestimmt. Eine gute Möglichkeit dazu sind Koordinaten. Wenn wir ein Koordinatensystem so anlegen, dass der Ausgangspunkt im Ursprung liegt, können wir leicht nachmessen, dass der Zielpunkt z.B. im Punkt (30, 50) liegt. Damit können wir direkt die Wegbeschreibung (Anweisung) für den Roboter formulieren: "Bewege dich um 30 Einheiten (hier ist die Einheit cm) nach rechts und um 50 nach oben!" (oder erst nach oben und dann nach rechts).

Wenn wir ohne Koordinaten arbeiten wollen, suchen wir jenen Punkt, der Schnittpunkt von den Parallelen zu den Tafelkanten durch Ausgangs- und Zielpunkt ist. Dann messen wir die Strecken vom Ausgangs- bzw. Zielpunkt zum Schnittpunkt und erhalten die Daten für die Befehle an den Roboter.

Nun folgt noch eine kleine Vorbereitung zum Üben. Die Lehrkraft stellt eine etwas schwierigere Aufgabe für alle. "Der Roboter soll sich vom Punkt (0, 0) zum Punkt (4, 9) bewegen. Allerdings liegt ihm dabei ein rechteckiger Gegenstand im Weg, dessen Ecken sich auf den Punkten (0, 2), (5, 2), (0, 3) und (5, 3) befinden. Welche Anweisungen gebt Ihr dem Roboter, der nur ganze Schritte gehen kann?"

Eine mögliche Lösung ist:

1. Bewege dich nach rechts zum Punkt (6, 0)
2. Bewege dich nach oben zum Punkt (6, 9)
3. Bewege dich nach links zum Punkt (4, 9)

Das Problem der Genauigkeit ist bisher bewusst nicht thematisiert worden. Auf dem Kästchenpapier im Heft ist der Umgang mit dem Koordinatenkreuz ebenso unproblematisch wie auf der Tafel. Die Schülerinnen und Schüler sollen dieses Problem selbst erkennen, indem sie in spielerischer Form einen Roboter steuern.

Deshalb beginnt nun eine **Simulation**. Die Schülerinnen und Schüler sollen in Gruppen selbst Anweisungen zur Robotersteuerung erstellen. Die Lehrkraft erläutert die "Spielregeln": Je ein Mitglied aus einer Gruppe spielt den Roboter, der sich strikt an die vorgegebenen Befehle halten muss. Wie auf dem Papier bzw. an der Tafel kann der Roboter im Klassenraum sich nur in zwei Richtungen bewegen, vorwärts und rückwärts oder rechts und links (jeweils parallel zu einer Wand - ein rechtwinkliges Klassenzimmer wird vorausgesetzt, gegebenenfalls durch begrenzende Tische oder Linien erzeugt).

Ganz wichtig ist die folgende *Spielregel*: Der Roboter kann keine Entfernungen messen, sondern nur zählen, z. B. Schritte.

Weitere Regel: Jede Schrittfolge eines Roboters muss damit beginnen, dass er sich passend ausrichtet, also so, dass die ausgestreckten Arme parallel zu einer Wand und senkrecht zur anderen sind. Während der Schrittfolge darf (und kann) der Roboter sich nicht drehen!

Erste *Testaufgabe* an alle: Ein Roboter soll von einem Fenster zur gegenüberliegenden Wand gehen.

Die Schülerinnen und Schüler jeder Gruppe erstellen dazu die Bewegungsanweisung für ihren Roboter, etwa: gehe 15 Schritte geradeaus! Die Lehrkraft geht in dieser Phase von Gruppe zu Gruppe, achtet auf die Zusammenarbeit in den Gruppen (alle sollen mitarbeiten) und berät auf Anfrage.

Der Reihe nach bewegen sich die Roboter strikt nach Anweisung. In der Nähe der gegenüberliegenden Wand wird markiert, wie genau die Roboter der einzelnen Gruppen ihr Ziel erreicht haben. Die Abstände werden gemessen.

Nun folgen ein gemeinsames Nachdenken und eine Diskussion: Wie groß sind die Fehler? Weshalb sind überhaupt Fehler entstanden? Hat die als Roboter ausgewählte Schülerin (bzw. der Schüler) die Anweisungen schlecht befolgt? Macht es eine andere Person besser? Gibt es auch dann ein (Genauigkeits-) Problem, wenn eine andere Schülerin (oder ein anderer Schüler) den Roboter spielt und dieselben Anweisungen erhält?

Als Nächstes folgt zur Abwechslung ein Wettbewerb: Mehrere Gruppen von Schülerinnen und Schülern sollen für dieselbe Strecke Anweisungen ausarbeiten. Je nach noch zur Verfügung stehender Zeit und Einschätzung der Lehrkraft kann die Strecke mehr oder weniger lang und schwierig sein: von einem Platz bis zur Tür, um einen Tisch herum, der Hin- und Rückweg kann verschieden sein...

Wie beim Probelauf werden die Roboter auf die Reise geschickt und die Abweichungen vom Ziel werden gemessen und verglichen. Die Gruppe, die gewonnen hat, erläutert den anderen Gruppen ihre Strategie. Wie haben sie den Fehler minimiert?

Falls bis hier hin die Schülerinnen und Schüler nicht selbst auf die Idee gekommen sind, die Bewegung möglichst exakt zu normieren (also z.B. Schuhlängen statt Schritt als Einheit zu wählen), sollte die Lehrkraft zum Abschluss noch auf diesen Punkt hinweisen. Bei Bedarf kann auch eine Verbindung zur Geschichte hergestellt werden: Der Schritt von Maßeinheiten wie Elle oder Fuß zum Pariser Normmeter war und ist bedeutend.

Firmenbilanz positiv/negativ darstellen

Überblick: Eine gute Übung zur beschreibenden Statistik ist, Fehler oder bewusste Verzerrungen in veröffentlichten Darstellungen zu suchen. Dazu gibt es viele gute Vorschläge in der MUED oder vom Kollegen W. Herget. Hier geht es um eine Umkehrung: Wie manipulieren wir selbst vorgegebene Daten, um sie im Sinne unserer Absicht darzustellen? Ich erwarte von dieser Umkehrung einen besonders nachhaltigen Lerneffekt.

Frage: Wie würden Sie aus dieser Information eine Aufgabe stellen?

Ausführung: Die Lehrkraft gibt eine kleine Firmenbilanz vor und informiert die Schülerinnen und Schüler, dass diese Firma zum Verkauf steht. Der Wert der Firma hängt stark davon ab, wie viel Gewinn sie in den letzten Jahren gemacht hat. Deshalb versucht die Firma sich selbst möglichst positiv darzustellen, während potentielle Käufer die Daten eher negativ darstellen wollen.

Hier ist eine Tabelle der Gewinne in den letzten 10 Jahren:

| Jahr | Gewinn in Millionen Euro |
|------|--------------------------|
| 2004 | 198 |
| 2005 | 172 |
| 2006 | 145 |
| 2007 | 132 |
| 2008 | 58 |
| 2009 | 122 |
| 2010 | 145 |
| 2011 | 174 |
| 2012 | 175 |
| 2013 | 176 |

Eine schlichte Grafik, ein Balkendiagramm, veranschaulicht diese Werte so:

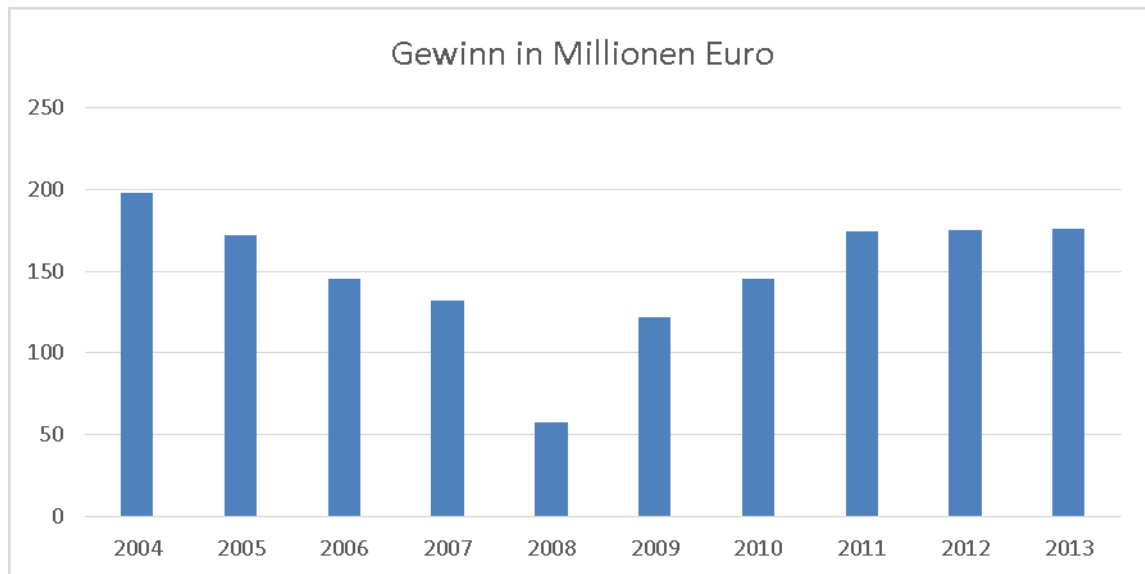


Abbildung 5: Balkendiagramm zum Firmengewinn (1)

Nun wird die Klasse in zwei Hälften geteilt; die Schülerinnen und Schüler der Firma sollen die Zahlen möglichst positiv darstellen, die der Käufer möglichst negativ.

Im Zuge der Präsentation der verschiedenen Vorschläge ist es die Aufgabe der jeweils anderen Gruppe, die Tricks der Gegenseite aufzudecken.

Hier einige Beispiele für positive Darstellungen:

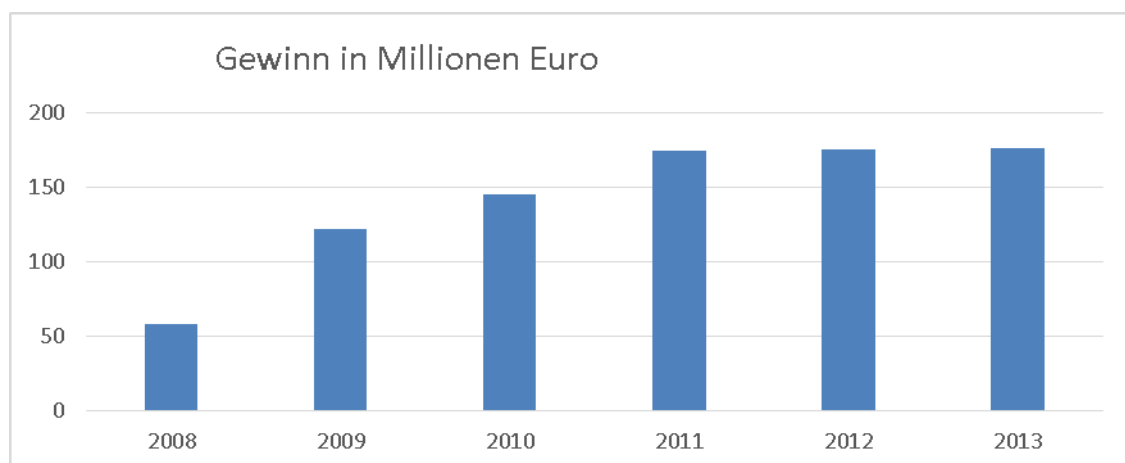


Abbildung 6: Balkendiagramm zum Firmengewinn (2)

Die Zeiten sinkender Gewinne vor dem Jahr 2008 werden einfach nicht dargestellt.

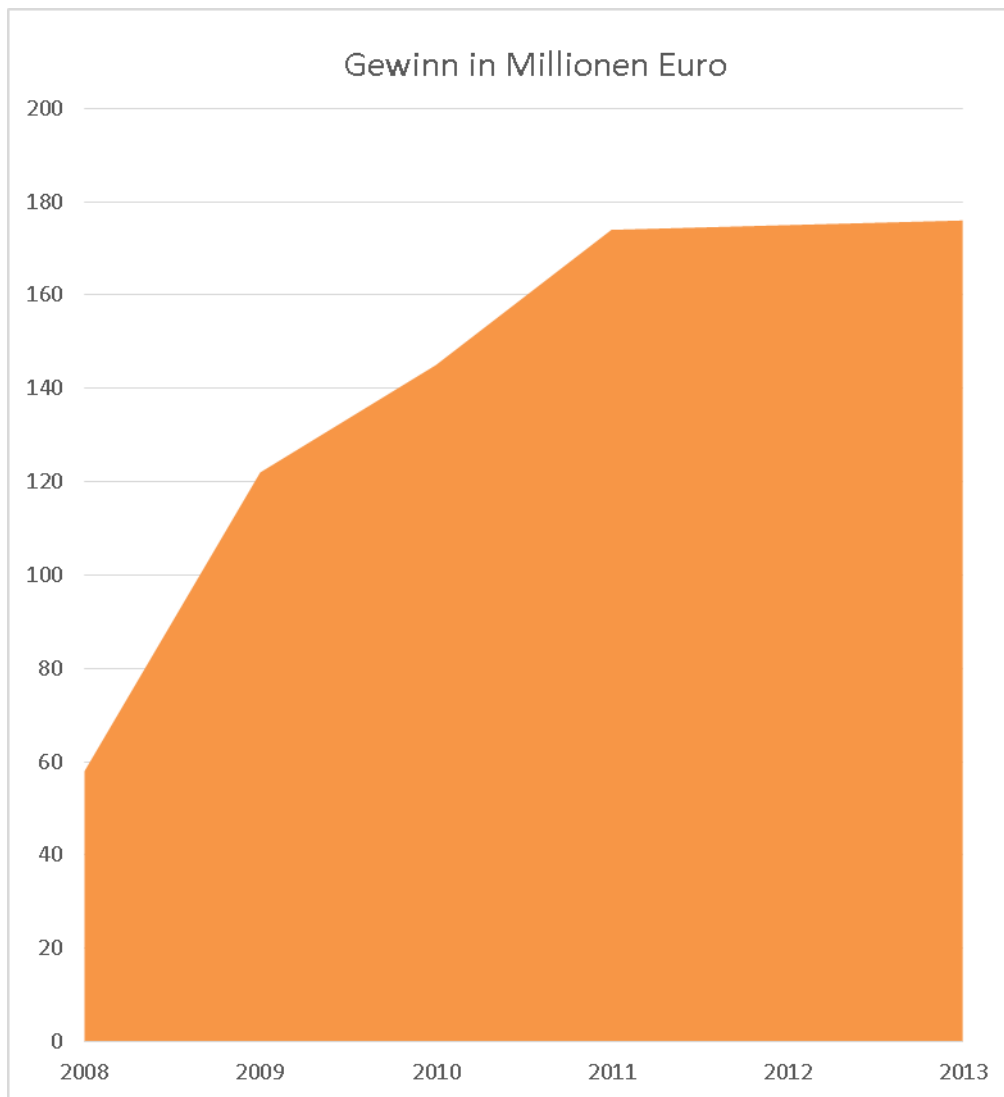


Abbildung 7: Diagramm zum Firmengewinn (2)

Die Fläche wirkt eindrucksvoller als die einzelnen Balken. Noch zwei Tricks: Hier wird die Summe der Gewinne berechnet und dargestellt. In der Darstellung wird bewusst die y-Achse gedehnt.

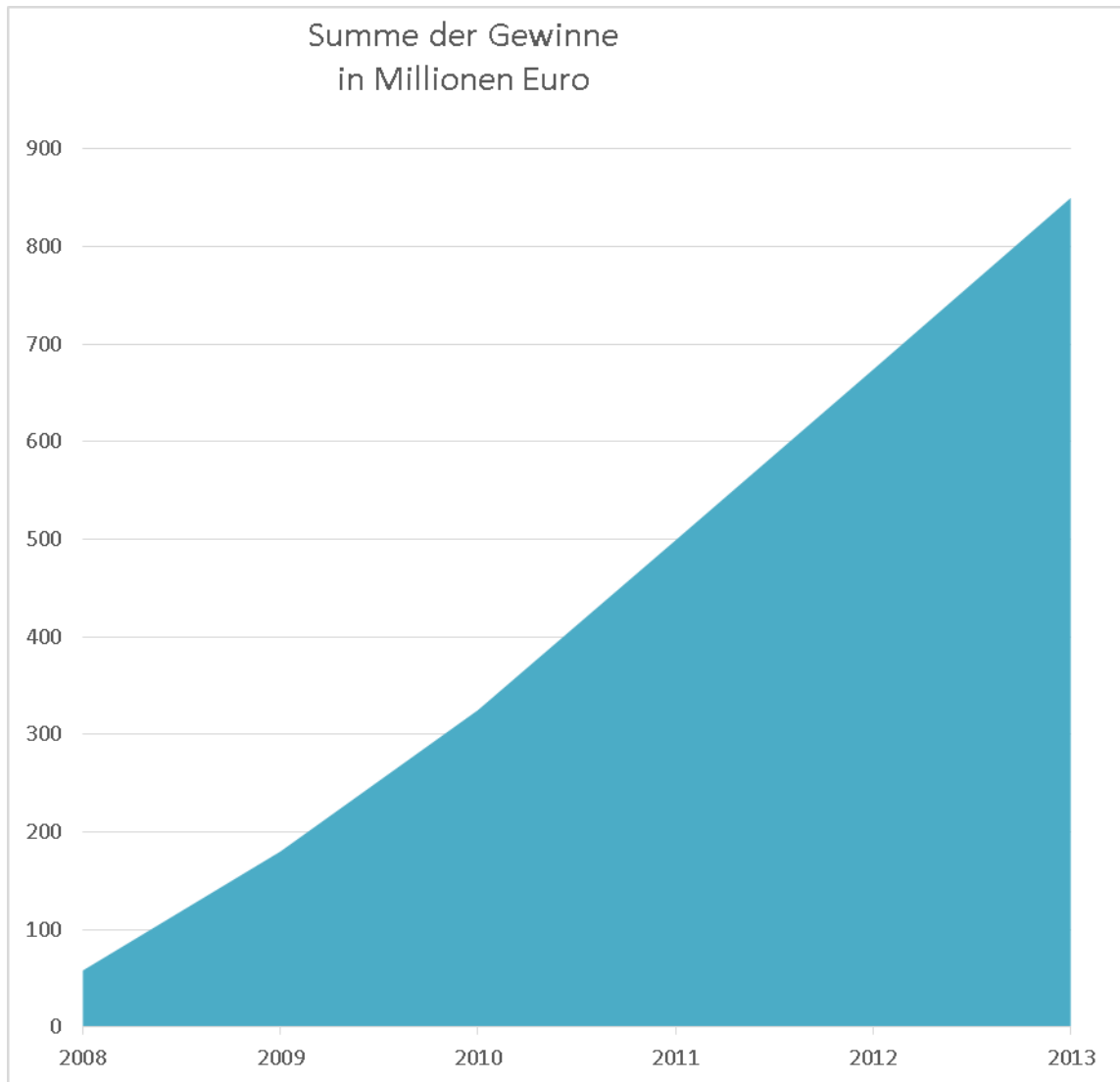


Abbildung 8: Diagramm zum Firmengewinn (4)

Nun sind Sie an der Reihe: Erstellen Sie auch einige positive Varianten!

Wir spielen Käufer und gelangen zu folgendem Diagramm:

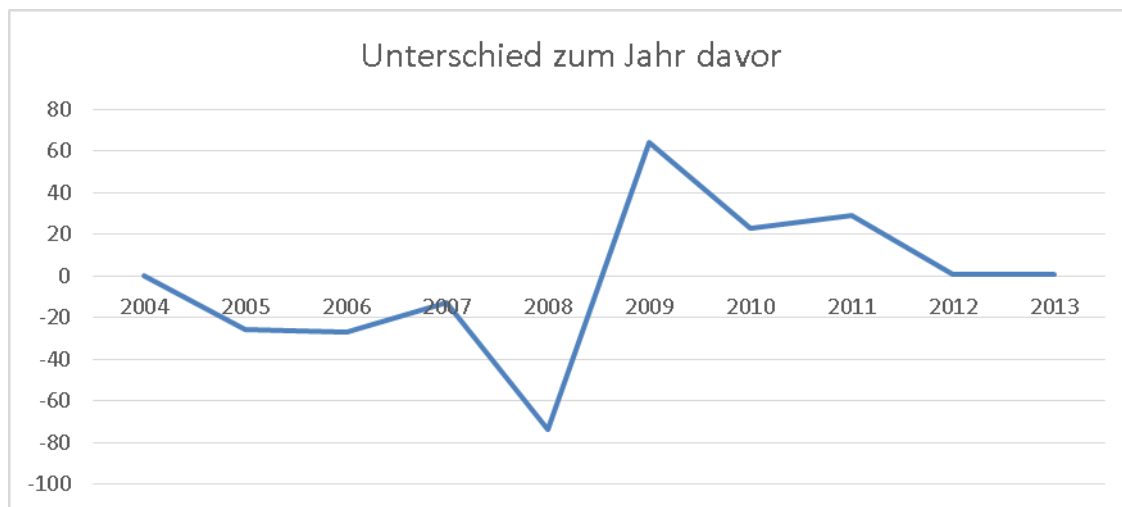


Abbildung 9: Diagramm zum Firmengewinn (5)

So sieht die Entwicklung bestenfalls stagnierend aus. Nach dem glücklichen Jahr 2009 geht es eher abwärts.

Nun sind Sie an der Reihe: Erstellen Sie auch einige negative Varianten!

Kommentar: Ich bin davon überzeugt, dass die spielerische Note dazu beiträgt, sich intensiver mit den Möglichkeiten zu befassen, eine Reihe von Daten grafisch darzustellen. Wer selbst einmal mit manipulativer Absicht eine Grafik erstellt hat, ist auch eher bereit und in der Lage, von anderen manipulierte Grafiken als solche zu erkennen.

Rückfrage zu den drei Beispielen: Wie haben Sie meine Fragen beantwortet? Vermutlich nicht genau so wie ich. Das ist gut so: Jede Lehrkraft weiß am besten selbst, wie sie etwas in welcher Klasse unterrichten kann. Werden Sie versuchen, eines der Beispiele für Ihren Unterricht zu nutzen? Hoffentlich. Mailen Sie mir bitte, welche Erfahrungen Sie damit gemacht haben.

Wie modellieren Profis? Und was nützt uns das für den Mathematikunterricht?

Wussten Sie schon, dass viele tausend Menschen ihren Lebensunterhalt mit mathematischem Modellieren verdienen? Was machen diese Menschen? Welche Art von Modellen stellen sie auf und was sind die Resultate dieser Arbeit? Was finden Sie im Internet zum Stichwort Industrie- bzw. Technomathematik?

"Der Schwerpunkt Technomathematik ist in seinem Forschungsprofil fokussiert auf die Modellierung, Analysis und numerische Simulation von Differentialgleichungen sowie deren Optimierung und Kontrolle.

Dieser wichtige Zweig der angewandten Mathematik greift Probleme aus der Physik, den Ingenieurwissenschaften oder den Lebenswissenschaften auf und entwickelt neue Modelle und Techniken zur analytischen und numerischen Behandlung derselben"

(<http://www.mathematik.uni-kl.de/forschung/technomathe/>).

Mathematik steckt in allen Neuen Technologien – Atom, Gen und Bit können ohne Mathematik nicht erforscht und manipuliert werden. Aber: Erfolge werden nicht der Mathematik zugerechnet, sondern der Physik, Biologie oder Informatik – oder technischen Anwendungen oder Firmen oder Nationen, die etwas erreicht haben (wie z.B. jüngst die Sonde zum Pluto). Bei Misserfolgen heißt es bisweilen, da habe sich jemand verrechnet, ein Risiko nicht richtig kalkuliert oder so.

Wir können ganz ähnlich wie die Kolleginnen und Kollegen in anderen Schulfächern versuchen, die Erfolge der Mathematik zum Zwecke der Motivation zu nutzen, indem wir über sie berichten oder noch besser: berichten lassen. Wie geht das? Dazu ein Beispiel.

Magnetresonanztomographie

Eine wesentliche Grundlage der Erfolge der modernen Medizin sind die Fortschritte in der Diagnostik. Heutzutage ist es möglich, in den menschlichen Körper "hineinzuschauen", ohne ihn aufzuschneiden. Strahlen unterschiedlicher Wellenlänge werden in den Körper gesendet, Reflexionen, Abschwächungen, Beugungen etc. werden gemessen und aus den Messergebnissen wird ein Bild ausgerechnet, das etwa einen Schnitt durch das Herz, das Gehirn oder die Wirbelsäule zeigt. Viele Bilder dieser Art werden mit Hilfe der passenden Software zu einem Gesamtbild zusammengefügt. Der neueste Stand der Entwicklung zeigt sogar Organe oder Gelenke in Funktion und ermöglicht damit noch bessere Diagnosen.

Nehmen wir als Beispiel für eine solche Diagnose die Magnetresonanztomographie als eine Strahlenart, die – im Unterschied zu Röntgenstrahlen – als absolut harmlos eingestuft wird, dann können wir z. B. in Wikipedia (<http://de.wikipedia.org/wiki/Magnetresonanztomographie>) einen sehr umfangreichen und offenbar professionell verfassten Beitrag darüber lesen. Aus mathematischer Perspektive fällt auf, dass zwar oft Mathematik vorkommt, die grundlegenden und entscheidenden Fortschritte aber nicht der Mathematik zugeordnet werden. Das ist für die allermeisten Technologien typisch!

Was hat Mathematik damit zu tun? Wie finden wir sie? Nehmen wir als Beispiel den zweiten Satz der Erläuterung zur "historischen Entwicklung": "Paul Lauterbur (USA) hatte zwei grundlegende Ideen, die eine Bildgebung auf der Grundlage der NMR erst möglich machten. Erstens gelang es ihm mit Feldgradienten-NMR, d.h. die Einführung von magnetischen Gradientenfeldern in das konventionelle NMR-Experiment, die NMR-Signale bestimmten räumlichen Bereichen einer ausgedehnten Probe zuzuordnen (Ortskodierung)." Wo steckt da die Mathematik? Richtig, in den Gradientenfeldern! Was ist das? "Der Gradient ist ein mathematischer Operator, genauer ein Differentialoperator, der auf ein Skalarfeld angewandt werden kann und in solchem Fall ein Gradientenfeld genanntes Vektorfeld liefert, das die Änderungsrate und Richtung der größten Änderung des Skalarfeldes angibt" (http://de.wikipedia.org/wiki/Gradient_%28Mathematik%29).

Nehmen wir als zweites Beispiel den folgenden Satz aus der historischen Beschreibung: "1985 gelang Axel Haase, Jens Frahm und Dieter Matthaei in Göttingen mit der Erfindung des Schnellbild-Verfahrens FLASH ein grundsätzlicher Durchbruch in der MRT. Die FLASH-Technik reduzierte die damaligen Messzeiten um bis zu zwei Größenordnungen (Faktor 100) ohne substantielle Verluste an Bildqualität." Selbstverständlich steckt die Mathematik dahinter, wenn es auf einmal so viel schneller geht! Der Link http://www.mpg.de/606306/presse_mitteilung20100830 zu einer Pressemitteilung der Max - Planck - Gesellschaft bringt eine Erläuterung:

"Weniger ist mehr: Beschleunigung durch bessere Bildberechnung

Für den Durchbruch zu Messzeiten, die nur noch Bruchteile einer Sekunde betragen, mussten mehrere Entwicklungen erfolgreich miteinander verknüpft werden. So verwendeten die Wissenschaftler zwar erneut die FLASH-Technik, dieses Mal aber mit einer radialen Kodierung der Ortsinformation, welche die MRT-Aufnahmen gegenüber Bewegungen weitestgehend unempfindlich macht. Um die Messzeiten weiter zu verkürzen, war Mathematik gefragt. "Es werden erheblich weniger Daten aufgenommen als für die Berechnung eines Bildes normalerweise notwendig sind. Ein von uns neu entwickeltes mathematisches Verfahren macht es möglich, dass wir aus den eigentlich unvollständigen Daten ein aussagekräftiges Bild be-

rechnen können", so Frahm. Im Extremfall lässt sich so aus nur fünf Prozent der Daten eines normalen MRT-Bildes ein vergleichbar gutes Bild berechnen - entsprechend einer 20-fach kürzeren Messzeit. Die Göttinger Wissenschaftler haben damit die MRT-Messzeit seit Mitte der 1980er-Jahre insgesamt um den Faktor 10000 beschleunigt."

Mit diesen Basisinformationen und all dem, was sich dazu im Internet dazu finden lässt, kann mehr als ein Referat von Schülerinnen und Schülern ausgearbeitet werden. Ich empfehle für ein Schülerreferat die Konzentration auf ein typisches Anwendungsgebiet von Magnetresonanztomographie, etwa die Untersuchung von Gelenken oder Organen, die neuerdings sogar in Echtzeit bei der Arbeit beobachtbar sind. Das gibt schöne Bilder, einen relevanten Bezug zur Lebenswelt und nicht zuletzt eine nachhaltige Einsicht in den Nutzen der Mathematik. Diese Einsicht wird nicht geschmälert, wenn - wie in den meisten anderen Fällen - eine die Unterrichtsfächer übergreifende Kooperation an (mit Biologie und Physik) versucht wird.

Noch ein methodischer Tipp für den Unterricht. Für alle Lehrkräfte, die sich intensiver mit Frage beschäftigen möchten, wie denn aus den Messungen von Reflexionen etc. ein Bild des Objektes im Inneren berechnet werden kann, schlage ich ein Experiment vor: In der Schulklasse wird ein geometrisch einfaches Objekt, etwa ein Buch oder Papierkorb, auf den Fußboden gelegt und durch einen rollenden Ball erkundet.

Skizze:

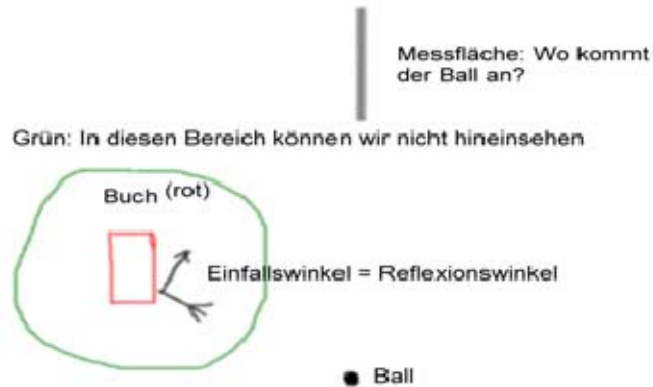


Abbildung 10: Idee zur Simulation der Messung

Falls Sie, liebe Leserin oder lieber Leser, sich mit diesem Experiment näher beschäftigt haben, senden Sie mir bitte das Ergebnis. Wie oft muss ein Ball aus wie viel verschiedenen Richtungen gerollt werden, damit das geheimnisvolle rote Objekt in der Mitte des nicht einsehbaren Bereiches hinreichend exakt bestimmt werden kann? Was ist hier "hinreichend exakt"?

Zum Schluss noch einmal die Frage: Was halten Sie von dem Beispiel? Können Sie sich vorstellen, es für Ihren Unterricht zu verwenden?

Vielleicht kann ein zweites Beispiel überzeugen? Es besteht im Grunde aus zwei Folien, die VORHER und NACHHER zeigen. Thematisch geht es um **Landwirtschaft**, genauer um Flächentausch ohne Flurbereinigung.

Hier zunächst das VORHER Bild:



Abbildung 11: Optimierung in der Landwirtschaft: "vorher"

Historisch gewachsen ist ein Fleckenteppich von relativ kleinen Nutzflächen, die bunt gestreut sind. Der Wunsch jedes landwirtschaftlichen Betriebes ist es jedoch, möglichst geschlossene und große Flächen nahe beim eigenen Hof zu haben. Große Flächen ermöglichen den Einsatz großer Maschinen. Die großen Traktoren, Mähdrescher etc. kosten zwar bei der Anschaffung mehr als kleine Maschinen, ermöglichen aber in derselben Arbeitszeit die Bearbeitung (ernten, beackern etc.) von größeren Flächen. Wenn vor dem drohenden Gewitter noch möglichst schnell viel Korn gemäht und gedroschen werden soll, ist die Zeit ganz wichtig. Kurze Transportwege durch Nähe zum eigenen Hof statt längere Fahrten zu entfernten Flächen sind offensichtlich günstiger.

Für alle Beteiligten schön und ökonomisch sinnvoll wäre es nun, Flächen so zusammenzulegen und zu tauschen, dass alle Beteiligten ertragreicher wirtschaften können. Der traditionelle Weg zu dieser Verbesserung ist die Flurbereinigung, ein erfahrungsgemäß langwieriges staatliches Verfahren, das nicht immer den gewünschten Erfolg bringt. Das Bild oben zeigt den Zustand *nach* einer Flurbereinigung. "Geht das nicht besser?", fragte sich das Projektteam (unter Leitung von Prof. Dr. Peter Gritzmann, TU München, dem ich an dieser Stelle für die Erlaubnis zur Verwendung dieser Grafiken danke) und entwickelte ein – sehr aufwendiges – mathematisches Verfahren, den Wert der einzelnen Grundstücke (Bodenqualität, Ertrag, Entfernung zum Hof des Besitzers,... und nicht zuletzt die für diese Grundstücke gezahlten EU-Agrarsubventionen!) zu berechnen und gerechte Tauschmöglichkeiten zu kalkulieren.

Hier ist das Ergebnis:

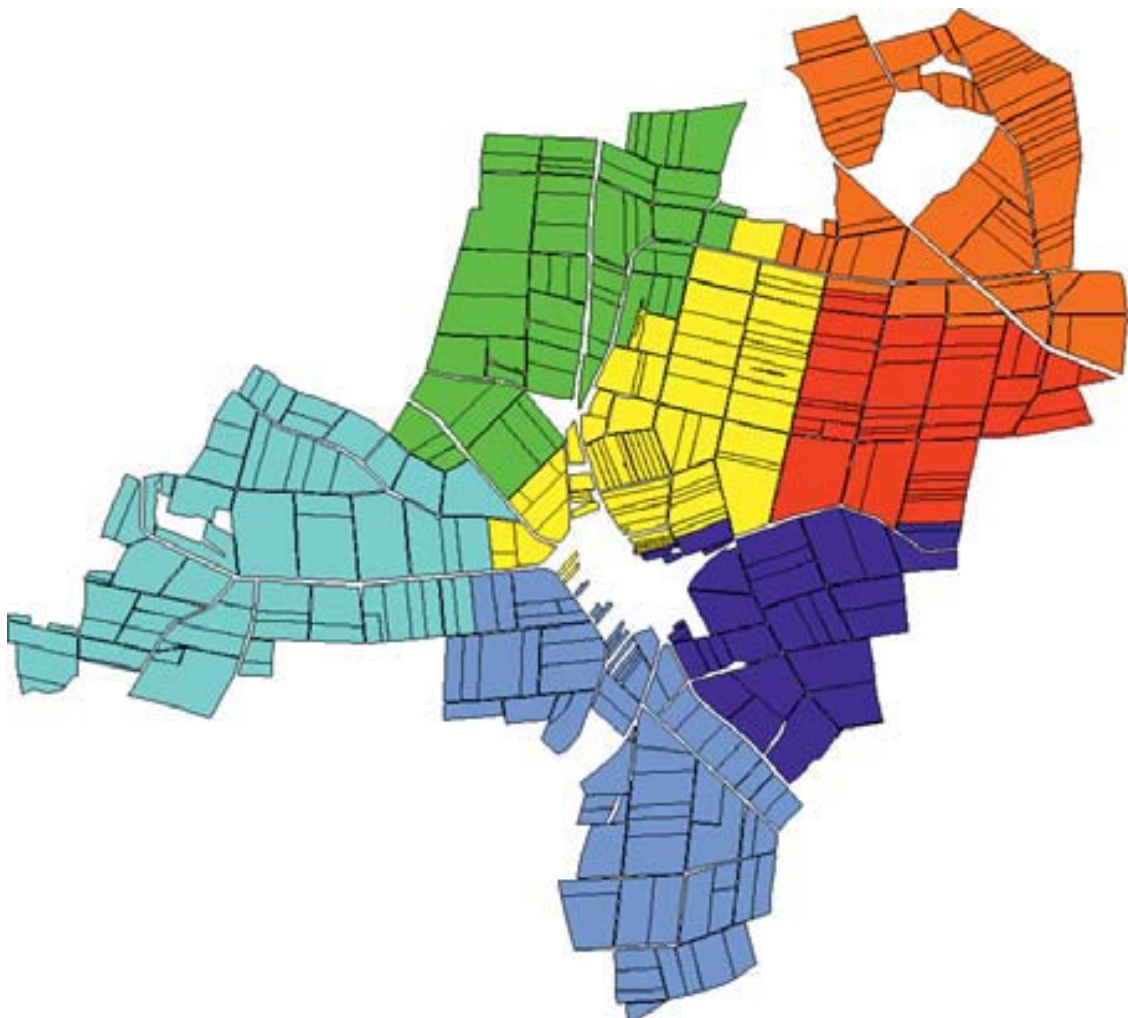


Abbildung 12: Optimierung in der Landwirtschaft: "*nachher*"

Abschließende Anmerkungen zum Modellieren

Beim ersten Schritt zu einem besseren Verständnis des Modellierens soll die Grafik auf dem Titelblatt helfen. Die zentrale Botschaft dieser Grafik ist, dass wir alle in unserem Umgang mit dem, was wir als Realität verstehen, ganz selbstverständlich Modelle verwenden. Die zweite zentrale Botschaft ist die jeweilige Wechselwirkung zwischen Mensch, Realität und Modell. Menschen konstruieren Modelle und verändern – auch mit diesen Modellen - Realität; die Realität hat offenbar Einfluss auf Menschen und Modelle, mit denen sie beschrieben und verändert werden soll.

Dazu erwähne ich zunächst ein paar erläuternde Beispiele. Wenn ich einkaufen gehe, verwende ich Modelle von Objekten, Leuten und Verhaltensweisen, um z.B. einen Weg zu planen oder eine Einkaufsliste zu schreiben. Wenn ich den Bäcker um die Ecke besuchen will, denke ich nicht lange über den Weg dorthin nach, ich habe ihn – als Modell – im Kopf. Natürlich habe ich nicht den Weg selbst (als Materie, gleichsam den ganzen Bürgersteig mit Tonnen von Steinen etc.) im Kopf, sondern eine Vorstellung davon bzw. eine Erinnerung daran, wie er beim letzten Gang zum Bäcker war.

Wenn ich hingegen zum ersten Mal in ein neu gebautes Einkaufszentrum vor den Toren der Stadt fahren will, brauche ich zur Planung vielleicht ein besser als "Modell" erkennbares Modell, einen Stadtplan oder einen Plan des öffentlichen Nahverkehrs, um zu erkunden, wie ich dorthin gelange. Wenn ich dort eine neue Hose kaufen will, habe ich vielleicht ein Modell davon im Kopf, ein Bild aus einer Werbung oder ein – menschliches – Modell, das eben diese Hose bei einer Vorführung (Modenschau) getragen hat, die dann im Werbefernsehen gezeigt wurde.

Im zweiten Schritt deute ich an, in welchem – umfassenden – Sinn die Wahrnehmung der Realität (oder dessen, was die Menschen dafür halten) durch vorhandene Modelle bestimmt wird. Wenn ich Spazieren gehe und Pflanzen und Tiere sehe, erkenne ich Laubbäume, Hecken, Blumen, Vögel, Insekten etc. mit Hilfe dessen, was ich schon vorher über solche Pflanzen und Tiere weiß. Mit anderen Worten: Ich habe biologische oder gärtnerische Kenntnisse (die mehr oder wenig richtig oder falsch sein können), um die Pflanze bzw. das Lebewesen vor meinen Augen einem Typ (von dem ich wiederum ein Modell, etwa eine mehr oder weniger korrekte Definition oder ein typisches Bild, im Kopf habe) zuzuordnen.

Auch wenn ich Kindern beim Spielen mit einem Ball zuschauen, helfen mir dabei naturwissenschaftliche Modelle, die ich mehr oder weniger gut verstanden habe und z.B. dazu nutze, um eine Erwartung zu formulieren: Geht dieser Ball ins Tor? Erreicht das laufende Kind den Ball noch, bevor er in den Bach fällt oder auf die Straße rollt?

Im dritten Schritt erinnere ich daran, dass dieser Teil der Argumentation in der Philosophie längst bekannt ist, also hier nicht neu erfunden wurde. Sir Karl Popper schrieb in seiner im Jahre 1934 veröffentlichten "Logik der Forschung": "Unsere Alltagssprache ist voll von Theorien; Beobachtung ist stets Beobachtung im Lichte von Theorien." (K. Popper: Logik der Forschung, 6. Auflage, Tübingen 1976, S. 31). Theorien bilden Modelle von Objekten, Verhaltensweisen, Organisationen etc.

Weshalb gibt es auch einen Pfeil in Gegenrichtung, also von den Modellen zu den Menschen? Offenbar wirken Modelle auf Menschen, sie haben Einfluss auf die Möglichkeit etwas richtig wahrzunehmen. Wer eine modellhafte Vorstellung von der Funktionsweise eines Autos, eines PC oder eines Virus hat, kann diese Vorstellung verwenden, um ein Auto oder einen PC besser zu nutzen oder sich vor einem Virus zu schützen. Gerade in der Medizin gibt es sehr viele Beispiele dafür, wie Modellvorstellungen von Organen, Bakterien oder Genen zu Fortschritten in der Diagnose und Therapie beitragen. Ebenso können solche Modelle dabei eine Rolle spielen, dass sich Menschen "gesünder" verhalten.

Auch im Alltag und in der Gesellschaft haben Modelle erhebliche Auswirkungen auf uns alle, nehmen wir als Beispiele nur volkswirtschaftliche Modelle, mit denen Steuererhöhungen oder Steuersenkungen begründet werden oder Klimamodelle, mit denen auf Veränderungen durch menschliche Energienutzung verwiesen wird.

Das Stichwort "menschliche Energienutzung" erinnert daran, dass in der Grafik zwar das Wort Mensch steht, damit aber nicht behauptet werden soll, alle Menschen seien gleich, hätten gleiche Wahrnehmungen der Realität, Interessen an Veränderung und ähnliche Möglichkeiten zur Beeinflussung. Wer in Europa oder Nordamerika in einem Haus mit Heizung und Klimaanlage wohnt, nutzt deutlich mehr Energie als jemand, der in Afrika oder Mittelamerika auf der Straße lebt. Wer an der Börse mit Lebensmitteln spekuliert, hat einen ganz anderen Zugang zu Getreide als jemand, der wegen hoher Preise für Getreide seine Familie nicht ernähren kann. Wer mit dem Fahrrad in den Urlaub radelt, braucht dazu viel weniger Erdöl als jemand, der im Urlaub um die halbe Welt fliegt.

Ebenso unterschiedlich sind für verschiedene Menschen ihre Zugänge zur Realität bzw. ihre Wahrnehmung derselben; dies wiederum hängt auch damit zusammen, welche Modelle von Aspekten der Realität sie im Kopf haben und nutzen können. Mir ist bewusst, dass ich hier das Wort "Realität" in einer philosophisch recht naiven Weise gebrauche, ich verzichte hier jedoch bewusst auf einen erkenntnistheoretischen Exkurs.

Mit anderen Worten: Die Grafik selbst ist ein sehr stark vereinfachtes Modell des menschlichen Umgangs mit Realität, in dem Modellierung stets eine Rolle spielt. Zu jedem der drei verwendeten Begriffe gibt es ganze Bibliotheken von Wissen, Erfahrungen und Theorien, auf die hier nicht eingegangen werden soll.

Die Anmerkungen zur Grafik abschließend sei noch angemerkt, dass es zwischen Realität und Mensch offenbar eine Wechselwirkung gibt. Auf der einen Seite gibt die soziale, wirtschaftliche, gesellschaftliche, ökologische und persönliche Realität für jeden Menschen einen Rahmen, in dem er sich bewegen kann. Auf der anderen Seite beeinflussen Menschen diesen Rahmen und damit die Realität, indem sie versuchen, ihre Situation zu erkennen und zu verbessern.

Und wo bleibt die Mathematik? Die Modellierung mit mathematischen Methoden ist in der Forschung selbstverständlich. Forschungsberichte aus Natur- und Sozialwissenschaft enthalten ebenso wie solche aus anderen Bereichen der Wissenschaft ganz selbstverständlich mathematische Formeln (manche nennen diese Formeln "Gesetze" in der Hoffnung, dass sich Natur und Gesellschaft daran halten mögen) und als Begründungen für die Richtigkeit Ergebnisse bzw. die Korrektheit der Forschungsmethoden Verweise auf benutzte Mathematik.

Generell habe ich auch aufgrund der Beschäftigung mit Industriemathematik den Eindruck, dass mathematische Modellierung für eine große Menge von Aspekten der Realität eine genauere und tiefer gehende Einsicht und Veränderungsmöglichkeit eröffnet. Das gilt insbesondere für naturwissenschaftliche, technische und ökonomische Themen; wenn hingegen individuelle menschliche Verhaltensweisen oder psychologische Faktoren modelliert werden sollen, zeigen sich schnell Grenzen sinnvoller mathematischer Modellierung.

Im Alltag der meisten Menschen sind explizite Modellierungen mit mathematischen Methoden eher selten. Ich meine, dass deshalb viele Menschen eine Möglichkeit zur rationaleren Entscheidungsfindung bzw. zum besseren Verständnis von gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und ökologischen Entwicklungen verpassen und plädiere auch deshalb für realitätsbezogenen Mathematikunterricht.

Um Missverständnisse zu vermeiden, schließe ich mit zwei zusammenfassenden Sätzen:

1. Mathematik kann dazu beitragen, dass Modelle besser werden. Im Mathematikunterricht sollen Schülerinnen und Schüler diese Einsicht gewinnen und nachhaltig nutzen lernen. Wenn das gelingt, lernen sie etwas Wichtiges für ihr Leben nach der Schule.
2. Realitätsbezogener Mathematikunterricht soll ein Teil des Mathematikunterrichts sein, aber keinesfalls der einzige! In diesem Anteil des Mathematikunterrichts kann es besonders einfach sein, die Frage nach dem Sinn angemessen zu beantworten.

In der Tagespresse

(<http://dietaagespresse.com/erspartes-10-tipps-vom-finanzexperten/>)

fand ich Tipps für sichere Geldanlagen, die ich angesichts von NULL Prozent Zinsen nicht verheimlichen möchte. Zwei davon sind diese beiden:

3. Kaufen Sie sich einen Dachs und befüllen sie ihn mit Helium. Wenn der Dachs steigt, steigen auch ihre Aktien.



4. Investieren sie in langfristige Bonds. Diese Agenten-Filme sind sehr beliebt.

